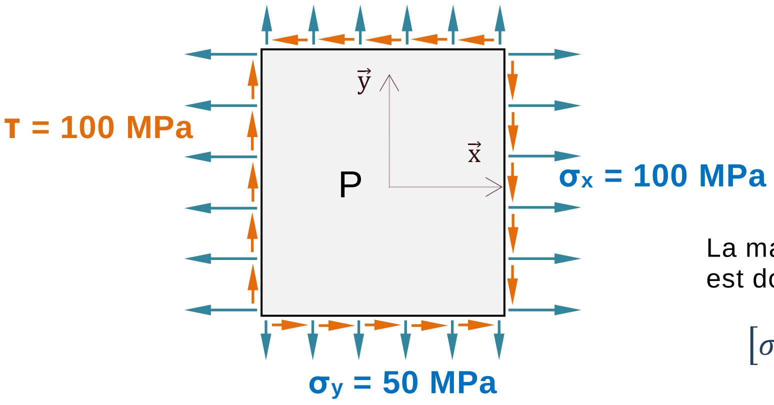
MMC – Etats plan de contraintes

Analyse de résultats Eléments finis – Eléments de correction



On déduit de la figure :

$$\overrightarrow{C_{(P,\vec{x})}} = \sigma_x.\vec{x} - \tau.\vec{y}$$
$$\overrightarrow{C_{(P,\vec{y})}} = -\tau.\vec{x} + \sigma_y.\vec{y}$$

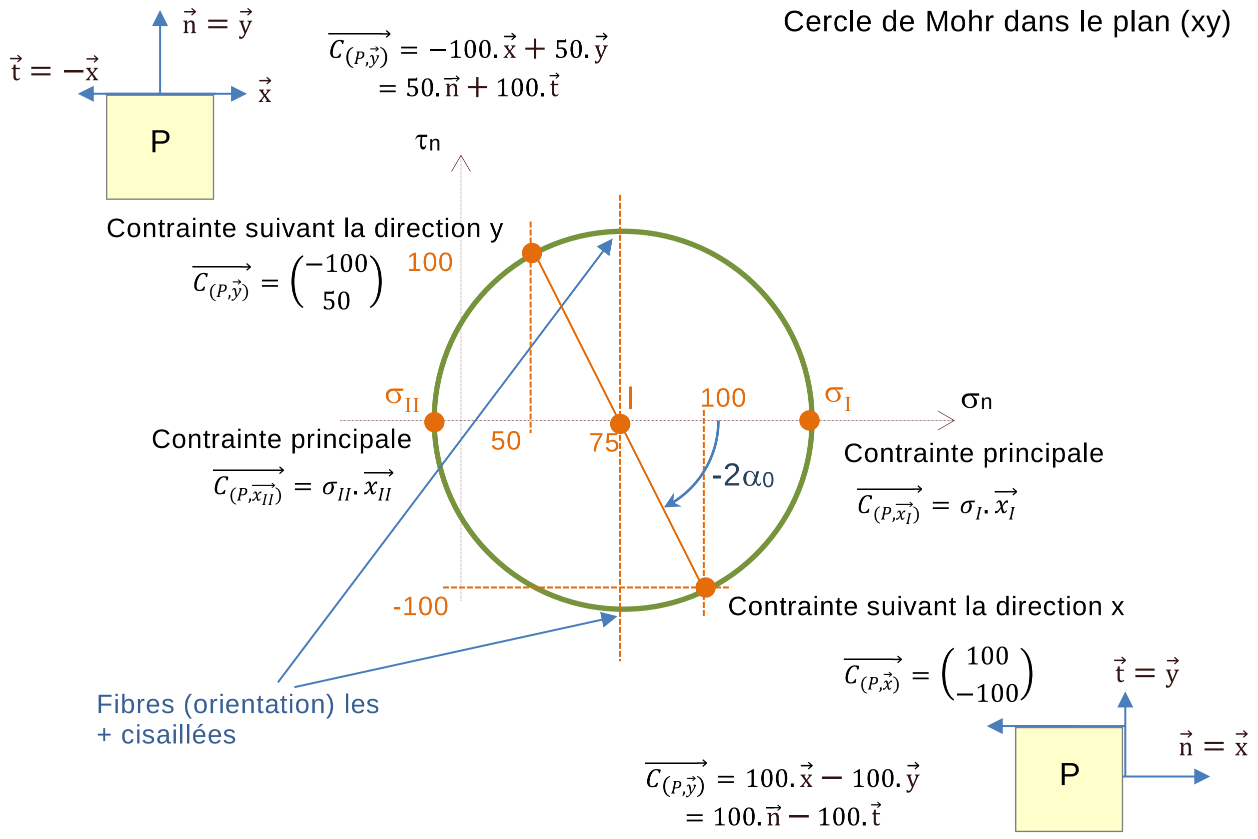
La matrice des contraintes dans le plan (xy) est donc de la forme :

$$[\sigma_{ij}] = \begin{pmatrix} \sigma_x & -\tau \\ -\tau & \sigma_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 & -100 \\ -100 & 50 \end{pmatrix}$$

On suppose un état plan de contrainte. La matrice dans l'espace a donc la forme suivante :

$$[\sigma_{ij}] = \begin{pmatrix} \sigma_x & -\tau & 0 \\ -\tau & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Cercle de Mohr dans le plan (xy)



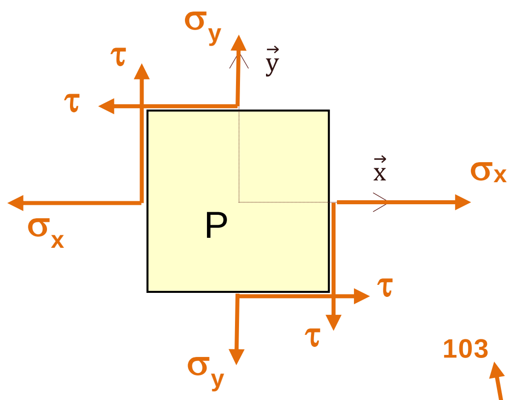
Etape 1 : on positionne les contraintes suivant x et suivant y (matrice des contraintes)

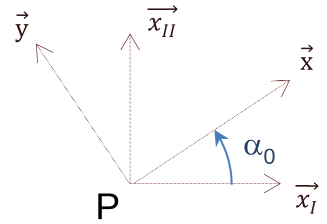
Etape 2 : on en déduit le centre du cercle de Mohr I (les deux points étant diamétralement opposés)

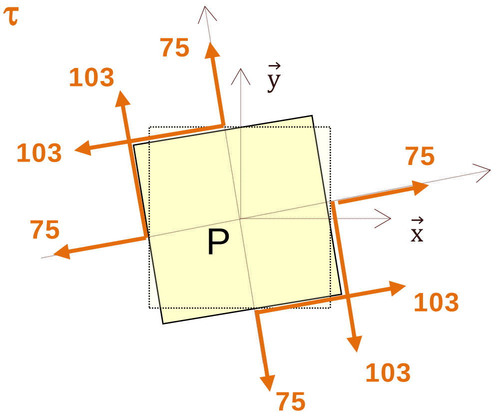
Etape 3 : on détermine le rayon du cercle ; $R = \sqrt{(25^2 + 100^2)} = 103.08\ MPa$

Etape 4 : on déduit les contraintes principales σ_I=178.08MPa et σ_{II}=-28.08MPa

Remarque : on aurait pu également utiliser les formules du cours pour déterminer ces valeurs ou diagonaliser la matrice des contraintes.







On calcule l'angle entre la direction principale $\overrightarrow{x_I}$ et la direction $\vec{x}$: tg(-2α_0)=-100/25=-4 d'où α_0=38°

Pour l'orientation des fibres les plus cisaillées par rapport à x, il faut rajouter ±45° soit -83° et +7° (sur le cercle de Mohr, on repère les directions des fibres les plus cisaillées par rapport à x).
Dans ces directions les contraintes normales sont égales à 75MPa et les contraintes tangentielles correspondent au rayon du cercle de Mohr soit 103MPa

Le critère de Tresca donne la contrainte équivalente correspondant au diamètre du plus grand cercle de Mohr.
La troisième contrainte principale étant nulle, la contrainte équivalente de Tresca vaut alors $\sigma_{eq\ TRESCA}$=206MPa

La contrainte équivalente de Von-Mises vaut : $\sigma_{eq\ VM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_I - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2]}$ =193.65MPa

On constate que la contrainte de Tresca est plus sécuritaire (ce qui est toujours le cas).