Statistiques descriptives

Unités statistiques, caractères et rappels mathématiques importants

Ce cours vous est proposé par Olivier Baron, Maître de conférences, Université de Bordeaux et par AUNEGe, l'Université Numérique en Économie Gestion.

Exercices

Attention : ceci est la version corrigée de l'activité.

ÉNONCÉS

EXERCICE 1

Pour les sept distributions statistiques suivantes, déterminez précisément la population statistique, ainsi que l'unité (ou individu) statistique et le caractère étudié. Vous préciserez ensuite la nature de ce caractère :

(1) lieux de résidence de 600 étudiants de première année économie,

(2) nombre de médicaments prescrits par ordonnance sur les 4 500 ordonnances délivrées par un médecin au cours d'une année,

(3) nombre quotidien d'interventions effectuées par les pompiers d'une commune au cours de l'année écoulée,

(4) temps de parcours des 720 bus circulant chaque année entre deux villes,

(5) âge des 35 280 passagers de ces 720 bus,

(6) chiffre « fétiche » des 35 280 passagers de ces 720 bus,

(7) nombre hebdomadaire d'incidents constatés sur l'ensemble des trajets effectués au cours de l'année écoulée.

EXERCICE 2

Écrire sous la forme a^n ou $-a^n$, où a est un entier naturel et n un entier relatif, chacun des nombres suivants : (1) $N_1 = (-8)^2 \times 8^7$, (2) $N_2 = ((-3)^5)^3$, (3) $N_3 = 4^2 \times (-4)^3$, (4) $N_4 = (-4)^5 \times (-2)^5$.

EXERCICE 3 :

Simplifier au maximum les expressions suivantes :

(1) $E_1 = \frac{1}{10^{118}} - \frac{1}{10^{119}}$,

(2) $E_2 = 5^{108} \times 2^{106} \times 11 \times \frac{1}{10^{107}}$,

(3) $E_3 = \left(-\frac{8}{7}\right)^2 \times \left(\frac{5}{4}\right)^2 \times \left(-\frac{7}{10}\right)^2$.

EXERCICE 4 :

(1) Au moment des soldes le prix d'un article baisse de 30% puis de 10%. Quel est le taux d'évolution global ?

(2) Toujours au moment des soldes, le prix d'un autre article baisse trois fois de suite de 10%. Quel est le taux d'évolution global ?

(3) Le nombre d'abonnés à une newsletter a augmenté de 50% en deux ans. La première année il a augmenté de 20%. Quel est le pourcentage d'augmentation de la deuxième année ?

EXERCICE 5 :

Soit le tableau suivant :

i	1	2	3	4
x_i	5	-3	-3	7
y_i	-4	-5	3	2

Calculer :

(1) $\sum_{i=1}^{4} x_i$,

(2) $\sum_{i=1}^{4} x_i\, y_i$,

(3) $\sum_{i=1}^{4} x_i \,.\sum_{i=1}^{4} y_i$,

(4) $\sum_{i=1}^{4} x_i\, y_i^2$,

(5) $\sum_{i=1}^{4}(7x_i - 10)$,

(6) $\sum_{i=1}^{4} 7y_i - 100.$

EXERCICE 6 :

(1) Calculer $4!$, $6!$, $\frac{6!}{4!}$, $\binom{6}{4}$;

(2) Vérifier que $\binom{10}{3} = \binom{10}{7}$;

(3) Écrire $20!$, $\frac{20!}{12!}$, $\binom{20}{12}$ à l'aide du symbole Π.

CORRECTIONS

EXERCICE 1 :

La population est l'ensemble nombreux auquel on s'intéresse, l'individu statistique est un élément de cette population et le caractère étudié est la variable qui décrit l'individu et sur laquelle porte l'analyse. Le caractère peut être qualitatif ou quantitatif (discret ou continu).

(1) lieux de résidence des 600 étudiants de première année : la population étudiée est constituée des 600 étudiants, l'individu statistique est un étudiant et le caractère étudié est son lieu de résidence. Caractère qualitatif.

(2) nombre de médicaments prescrits par ordonnance sur les 4 500 ordonnances délivrées par un médecin au cours d'une année : la population étudiée est constituée des 4500 ordonnances délivrées par le médecin, l'individu statistique est une de ces ordonnances et le caractère étudié est le nombre de médicaments prescrit sur celle-ci. Caractère quantitatif discret.

(3) nombre quotidien d'interventions effectuées par les pompiers d'une commune au cours de l'année écoulée : la population étudiée est constituée des 365 jours de l'année, l'individu statistique est un jour de l'année et le caractère étudié est le nombre d'interventions effectuées au cours de celui-ci. Caractère quantitatif discret.

(4) temps de parcours des 720 bus circulant chaque année entre deux villes : la population étudiée est constituée des 720 trajets (bus) observés (l'individu de base pourrait être un bus, mais on suppose évidemment qu'un même bus fait le trajet plusieurs fois dans l'année peut être même qu'un seul bus fait tous les trajets !). L'individu statistique est l'un de ces trajets et le caractère étudié est sa durée. Caractère quantitatif continu.

(5) âge des 35 280 passagers de ces 720 bus : la population étudiée est constituée des 35 280 passagers, l'individu statistique est l'un de ces passagers et le caractère étudié est l'âge de chaque passager. Caractère quantitatif continu.

(6) chiffre « fétiche » des 35 280 passagers de ces 720 bus : la population étudiée est constituée des 35 280 passagers, l'individu statistique est l'un de ces passagers et le caractère étudié est le chiffre fétiche déclaré par chaque passager. Caractère qualitatif (attention, ce chiffre n'est pas une mesure et n'est donc pas quantitatif).

(7) nombre hebdomadaire d'incidents constatés sur l'ensemble des trajets effectués au cours de l'année écoulée : la population étudiée est constituée des 52 semaines de l'année, l'individu

statistique est une semaine et le caractère étudié est le nombre d'incidents constatés au cours de cette semaine. Caractère quantitatif discret.

EXERCICE 2 :

(1) $N_1 = (-8)^2 \times 8^7 = (8)^2 \times 8^7 = 8^{2+7} = 8^9$

(2) $N_2 = ((-3)^5)^3 = (-3)^{5\times3} = (-3)^{15} = -3^{15}$

(3) $N_3 = 4^2 \times (-4)^3 = -4^2 \times 4^3 = -4^{2+3} = -4^5$

(4) $N_4 = (-4)^5 \times (-2)^5 = (-4^5) \times (-2^5) = 4^5 \times 2^5 = (4 \times 2)^5 = 8^5$

EXERCICE 3 :

(1) $E_1 = \frac{1}{10^{118}} - \frac{1}{10^{119}} = \frac{10}{10^{119}} - \frac{1}{10^{119}} = \frac{9}{10^{119}}$

(2) $E_2 = 5^{108} \times 2^{106} \times 11 \times \frac{1}{10^{107}} = 5^2 \times 5^{106} \times 2^{106} \times 11 \times \frac{1}{10^{107}} = 25 \times 11 \times \frac{10^{106}}{10^{107}} = \frac{55}{2}$

(3) $E_3 = \left(-\frac{8}{7}\right)^2 \times \left(\frac{5}{4}\right)^2 \times \left(-\frac{7}{10}\right)^2 = \left(\frac{8}{7}\right)^2 \times \left(\frac{5}{4}\right)^2 \times \left(\frac{7}{10}\right)^2 = \frac{8^2\times5^2\times7^2}{7^2\times4^2\times10^2} = \frac{(8\times5)^2}{(4\times10)^2} = 1$

EXERCICE 4 :

(1) La première baisse de prix conduit à appliquer un coefficient multiplicateur de $(1 - 0{,}3)$ au prix initial P_0, puis à nouveau un coefficient multiplicateur de $(1 - 0{,}1)$ au prix ainsi obtenu P_1. Le prix final P_2 est donc égal à :

$P_2 = (1 - 0{,}1) \times (1 - 0{,}3) \times P_0 = 0{,}9 \times 0{,}7 \times P_0 = 0{,}63 \times P_0$ soit une diminution globale du prix de 37%.

(2) On applique le même principe que dans le cas précédent. Le prix résultant des trois baisses successives s'obtient en appliquant 3 fois un coefficient multiplicateur de $(1 - 0{,}1)$ au prix de départ. On obtient :

$P_3 = (1 - 0{,}1) \times (1 - 0{,}1) \times (1 - 0{,}1) \times P_0 = 0{,}9^3 \times P_0 = 0{,}729 \times P_0$ soit une réduction de 27,1% du prix de départ.

(3) Notons N_0 le nombre initial d'abonnés à la newsletter et respectivement N_1 et N_2 les nombres d'abonnés à la fin de la première et de la seconde année. L'énoncé nous indique que : $N_2 = 1{,}5 \times N_0$ et $N_1 = 1{,}2 \times N_0$. En notant *t* le taux de variation du nombre d'abonnés au cours de la seconde année, on aura de plus : $N_2 = (1+t) \times N_1$. On en déduit que :

$N_2 = (1+t) \times 1{,}2 \times N_0 = 1{,}5 \times N_0$ et donc que $1 + t = \frac{1{,}5}{1{,}2} = 1{,}25$.

Le nombre d'abonné a donc augmenté de 25% au cours de la deuxième année.

EXERCICE 5 :

(1) $\sum_{i=1}^{4} x_i = 5 + (-3) + (-3) + 7 = 6$

(2) $\sum_{i=1}^{4} x_i\, y_i = 5 \times (-4) + (-3) \times (-5) + (-3) \times 3 + 7 \times 2 = (-20) + 15 + (-9) + 14 = 0$

(3) $\sum_{i=1}^{4} x_i \,.\, \sum_{i=1}^{4} y_i = 6 \times [(-4) + (-5) + 3 + 2] = 6 \times (-4) = -24$

(4) $\sum_{i=1}^{4} x_i\, y_i^2 = 5 \times (-4)^2 + (-3) \times (-5)^2 + (-3) \times 3^2 + 7 \times 2^2 = 5 \times 16 + (-3) \times 25 + (-3) \times 9 + 7 \times 4 = 80 - 75 - 27 + 28 = 6$

(5) $\sum_{i=1}^{4}(7x_i - 10) = \sum_{i=1}^{4} 7x_i - \sum_{i=1}^{4} 10 = 7 \times \sum_{i=1}^{4} x_i - 4 \times 10 = 7 \times 6 - 40 = 2$

(6) $\sum_{i=1}^{4} 7y_i - 100 = 7 \times \sum_{i=1}^{4} y_i - 100 = 7 \times (-4) - 100 = -128$

EXERCICE 6 :

(1) . $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

. $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

. $\frac{6!}{4!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4!} = 6 \times 5 = 30$

. $\binom{6}{4} = \frac{6!}{4! \times (6-4)!} = \frac{6!}{4! \times 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2!} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$

(2) $\binom{10}{3} = \frac{10!}{3! \times (10-3)!} = \frac{10!}{3! \times 7!} = \frac{10!}{7! \times 3!} = \frac{10}{7! \times (10-7)!} = \binom{10}{7} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7! \times 3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$

(3) . $20! = 20 \times 19 \times \ldots \times 2 \times 1 = \prod_{i=1}^{20} i$

. $\frac{20!}{12!} = \frac{\prod_{i=1}^{20} i}{\prod_{i=1}^{12} i} = \prod_{i=13}^{20} i$

. $\binom{20}{12} = \frac{20!}{12! \times 8!} = \frac{\prod_{i=13}^{20} i}{\prod_{i=1}^{8} i}$

Références

Comment citer ce cours ?

Statistiques descriptives, Olivier Baron, AUNEGe (http://aunege.fr), CC – BY NC ND (http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).