Partiel de **Mécanique du Solide 2**

Durée 1h30' aucun document autorisé *novembre 2013*

Lors de la correction, une attention particulière sera portée à la critique et aux remarques émises par l'étudiant sur l'homogénéité et la vraisemblance de ses résultats.

Compresseur d'air JUN-AIR 41

Objectif de l'étude :

L'objectif de l'étude consiste à mettre en évidence d'influence des grandeurs dynamiques sur les actions mécaniques de liaison dans le cas du compresseur d'air JUN-AIR 41.

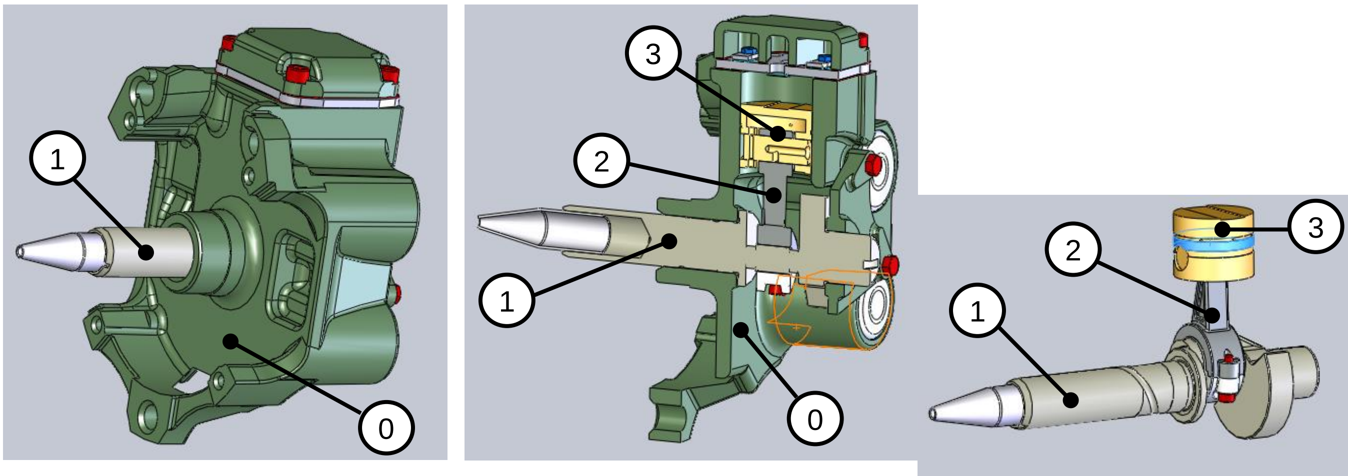


Figure 1

On considère le compresseur JUN-AIR représenté figure 1 constitué

- ✓ d'un corps (0) fixe. On lui lie le repère considéré comme galiléen $R_0=(O_0,\vec{x_0},\vec{y_0},\vec{z_0})$.
- ✓ d'un vilebrequin (1) en rotation autour de l'axe O_1z_1 de paramètre α avec $\alpha = (\vec{x_0},\vec{x_1})$. O_1 est un point fixe tel que $\overrightarrow{O_0O_1} = h.\vec{z_0}$. On pose $\overrightarrow{O_1A} = r.\vec{x_1}$
- ✓ d'une bielle (2) en liaison pivot en A par rapport à (1) d'axe Az_1 et en liaison pivot par rapport au piston (3) d'axe Bz_1. La position de la bielle est paramétrée par le paramètre β avec $\beta = (\vec{x_0},\vec{x_2})$. On pose $\overrightarrow{AB} = L.\vec{x_2}$
- ✓ d'un piston (3) en mouvement de translation rectiligne par rapport au corps d'axe O_1x_0. Le paramètre de translation est $\lambda=O_1B$

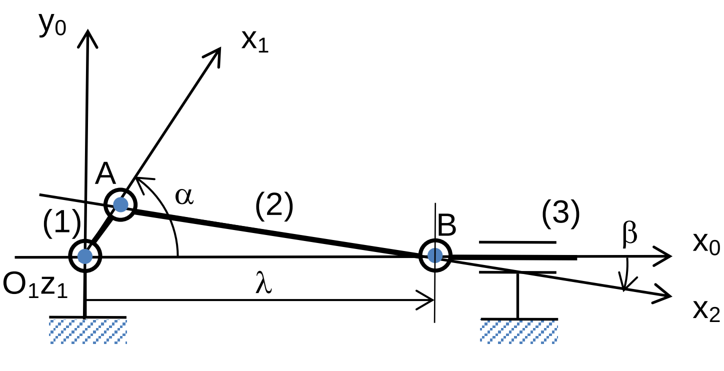


Figure 2

PARTIE 1 : Equilibrage du vilebrequin

Objectif d'étude : déterminer les grandeurs dynamiques du vilebrequin pour regarder leur incidence sur les efforts de guidage.

La figure 3 correspond à une représentation volumique du vilebrequin (1) avec le système d'axes associés. Le logiciel CAO permet d'avoir accès aux propriétés de masse du vilebrequin.

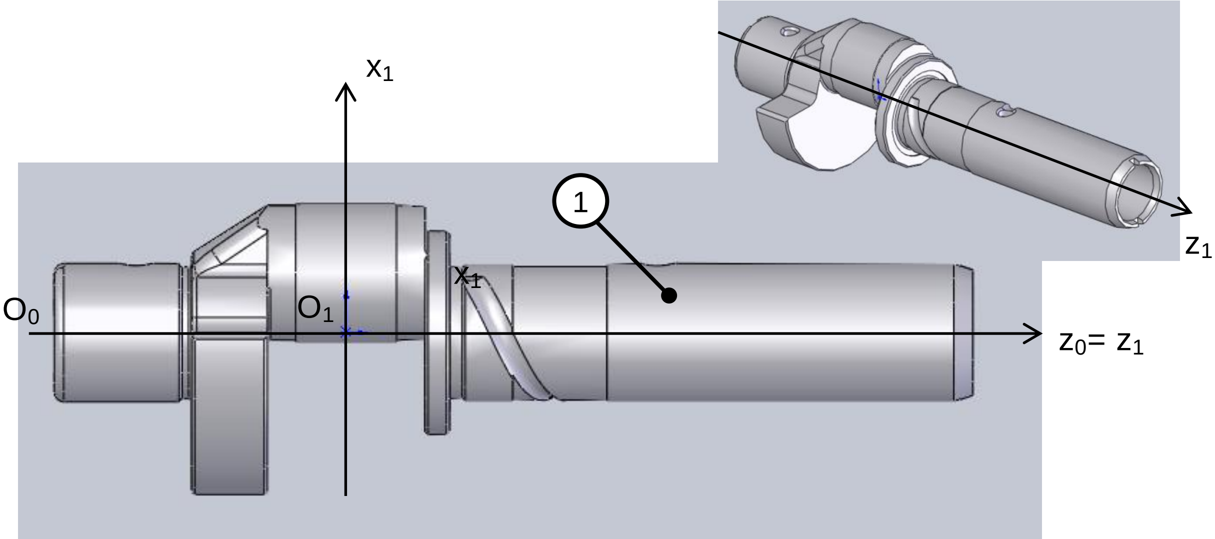


Figure 3 – vilebrequin (1)

Extrait du logiciel CAO concernant l'ensemble (1)

Masse = 0,41 kg
Volume = 58064.39 millimètres cubes
Superficie = 24097.46 millimètres carrés

Centre de gravité G_1 dans le repère $O_1x_1y_1z_1$: (millimètres)
X_{G1} = -0.66
Y_{G1} = 0.02
Z_{G1} = 9.58

Axes principaux et moments d'inertie principaux : (kg * millimètres carrés)
Pris au centre de gravité.

n_x = (1.00, 0.03, 0.00)	I_x = 562.92
n_y = (-0.03, -1.00, 0.01)	I_y = 568.82
n_z = (0.00, -0.01, 1.00)	I_z = 59.19

Moments d'inertie: (grammes * millimètres carrés)
Pris au centre de gravité et aligné avec le système de coordonnées $G_1x_1y_1z_1$.

Lxx = 562.39	Lxy = 0.08	Lxz = 16.25
Lyx = 0.08	Lyy = 568.82	Lyz = -0.10
Lzx = 16.25	Lzy = -0.10	Lzz = 59.72

Moments d'inertie: (kg * millimètres carrés)
Pris au système de coordonnées de sortie $O_1x_1y_1z_1$.

Ixx = 599.67	Ixy = 0.07	Ixz = 13.70
Iyx = 0.07	Iyy = 606.27	Iyz = -0.00
Izx = 13.70	Izy = -0.00	Izz = 59.89

QUESTION 1.1

La pièce vilebrequin est-elle équilibrée statiquement ? – Justifier votre réponse.

QUESTION 1.2

A partir des données du logiciel CAO, donner la valeur numérique du moment d'inertie du vilebrequin autour de l'axe de rotation O_1z_1.
Retrouver par le calcul cette valeur à partir du moment d'inertie par rapport à G_1z_1, de la masse et des coordonnées du centre de gravité de (1) donnés sur ce tableau.
Cet axe de rotation est-il axe principal d'inertie ?
Le vilebrequin est-il équilibré dynamiquement ?

On donne le paramétrage du vilebrequin (1) par rapport au corps (0).

A partir du document CAO, on pose $\overrightarrow{O_1G_1}=\begin{pmatrix} x_{G1} \\ 0 \\ z_{G1} \end{pmatrix}_{b1}$ (on néglige la valeur de y_{G1}).

La masse du vilebrequin est notée M_1. On suppose que (1) tourne à vitesse constante $\dot{\alpha}=\omega=cste$

On donne la matrice d'inertie du vilebrequin (1) au point G_1 : $[I_{G_1,(1),b_1}]=\begin{pmatrix} A_1 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 \end{pmatrix}$

(A partir du document CAO, on néglige les produits d'inertie $D_1=L_{yz}$ et $F_1=L_{xy}$)

On donne $O_1A=r=9{,}5mm$.

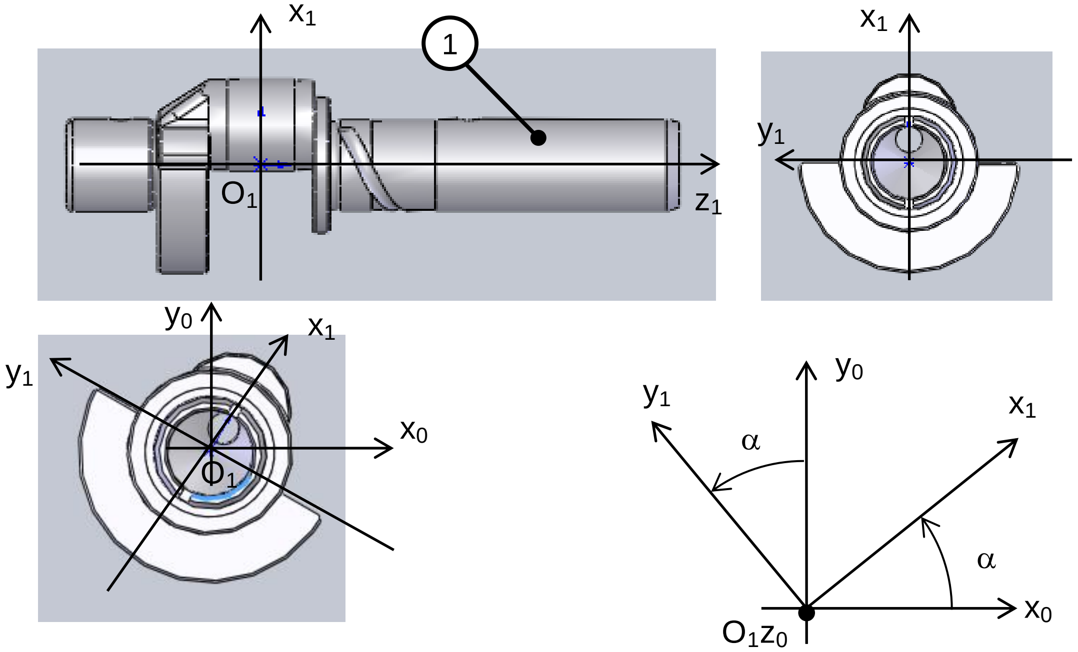


Figure 4

QUESTION 1.3

Donner l'expression de la résultante dynamique de (1)/(0) en fonction des données.
Calculer la norme de cette résultante pour une vitesse de rotation de 3000tr/min.

QUESTION 1.4

Donner l'expression du moment dynamique de (1)/(0) au point O_1 en fonction des données.
Calculer la norme de ce moment dynamique pour une vitesse de rotation de 3000tr/min (on prendra les valeurs numériques nécessaires dans l'extrait du logiciel CAO ci-dessus)

On donne l'ordre de grandeur de l'effort de compression maximal sur le piston (3) qui correspond à l'ordre de grandeur de l'effort de (2) sur (1) au niveau du palier en A (figure 5) : F_c=500N
On donne l'ordre de grandeur du couple nominal appliqué sur le vilebrequin autour de l'axe O_1z_1 : C_n=1N.m

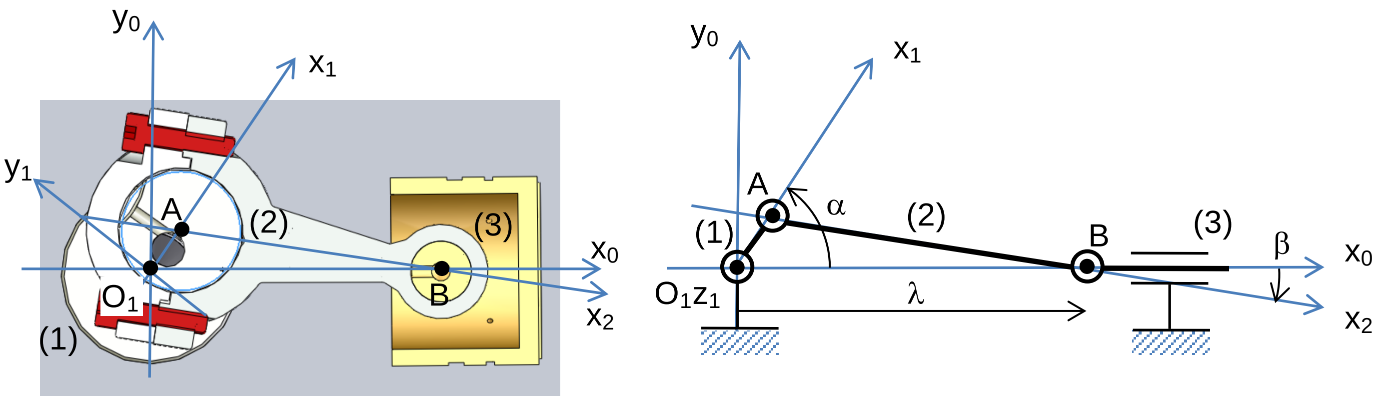


Figure 5

QUESTION 1.5
Peut-on négliger l'action de la pesanteur sur (1) par rapport à cet effort F_c ?
Peut-on négliger l'influence de la résultante dynamique par rapport à cet effort F_c ?
Peut-on négliger l'influence du moment dynamique par rapport au couple nominal ?
Conclure sur la nécessité d'un équilibrage du vilebrequin.

PARTIE 2 : Grandeurs dynamiques du piston

La figure 6 correspond à une représentation volumique du piston (3).

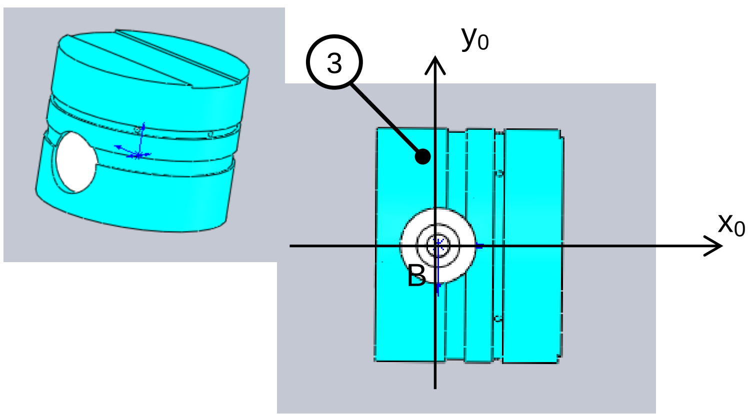


Figure 6

Extrait du logiciel CAO concernant le piston (3)

Masse = 0,05 kg
Volume = 12974.9 millimètres cubes
Superficie = 9033.09 millimètres carrés

Centre de gravité G_3 dans le repère B $x_0y_0z_0$: (millimètres)
X_{G3} = 4.04
Y_{G3} = 0.07
Z_{G3} = -0.00

Moments d'inertie: (grammes * millimètres carrés)
Pris au centre de gravité et aligné avec le système de coordonnées $G_3x_0y_0z_0$.

Lxx = 7.24	Lxy = 0.00	Lxz = 0.00
Lyx = 0.00	Lyy = 6.96	Lyz = 0.00
Lzx = 0.00	Lzy = 0.00	Lzz = 5.66

La masse du piston est notée M_3. La position de son centre d'inertie est telle que $\overrightarrow{BG_3} = b.\overrightarrow{x_0}$.
A partir du logiciel CAO, on écrit la matrice d'inertie du piston (3) au point G_3 :

$$\left[I_{G_3,(3),b_0}\right] = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}$$

<u>QUESTION 2.1</u>
Donner l'expression littérale du torseur dynamique de (3)/(0) au point B en fonction des données.

<u>QUESTION 2.2</u>
A partir des données et de la figure 2, montrer que :

$$\begin{cases} \sin\beta = -\dfrac{r}{L}.\sin\alpha \\ \lambda = r.\cos\alpha + L.\cos\beta \end{cases}$$

r=9.5mm et L=47.5mm
On suppose alors que r/L est petit devant 1 ce qui revient à poser $\cos\beta=1$ et $\sin\beta=\beta$
On suppose toujours que (1) tourne à vitesse constante $\dot{\alpha}=\omega=cste$

<u>QUESTION 2.3</u>
Déduire alors l'expression du torseur dynamique de (3)/(0) au point B en fonction de α et $\dot{\alpha}$.
Calculer les valeurs maximales de la résultante dynamique et du moment dynamique en B. En les comparant à F_c, conclure si on peut négliger les effets dynamiques sur le piston.

PARTIE 3 : Grandeurs dynamiques de la bielle

La figure 7 correspond à une représentation volumique de la bielle (2).

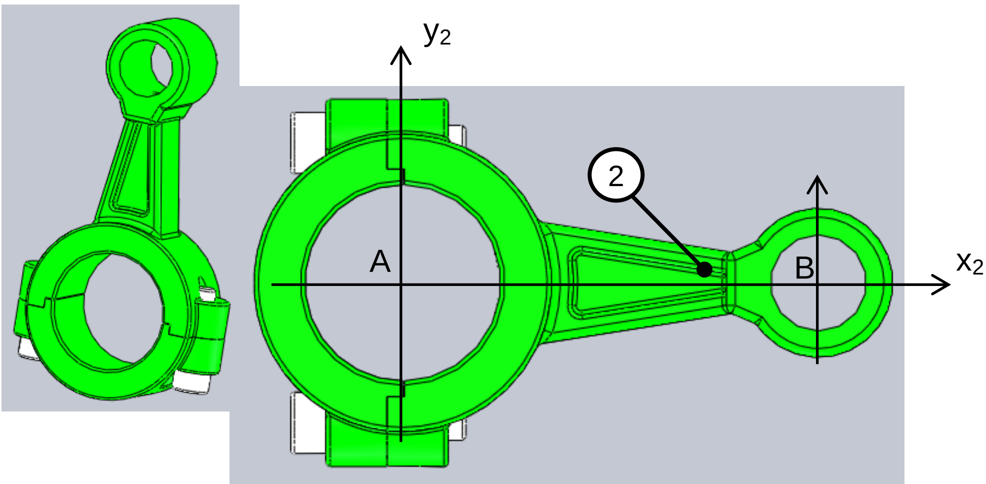


Figure 7

Extrait du logiciel CAO concernant la bielle (2)

Masse = 0,1 kg
Volume = 13740 millimètres cubes
Superficie = 8360.05 millimètres carrés

Centre de gravité G_2 dans le repère A $x_2y_2z_0$: (millimètres)
X_{G2} = 11.5
Y_{G2} = 0.00
Z_{G2} = -0.01

Moments d'inertie: (grammes * millimètres carrés)
Pris au centre de gravité et aligné avec le système de coordonnées $G_2x_2y_2z_0$.

Lxx = 11.43	Lxy = 0.00	Lxz = 0.02
Lyx = 0.00	Lyy = 42.91	Lyz = 0.00
Lzx = 0.02	Lzy = 0.00	Lzz = 50.72

La masse de la bielle est notée M_2. La position de son centre d'inertie est telle que $\overrightarrow{AG_2}= c.\overrightarrow{x_2}$.
Les résultats du logiciel CAO nous permet de poser la matrice d'inertie de la bielle (2) au point G_2 sous la forme :

$$[I_{G_2,(2),b_2}]=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}$$

<u>QUESTION 3.1</u>

Montrer que la résultante dynamique de la bielle (2)/(0) s'écrit :

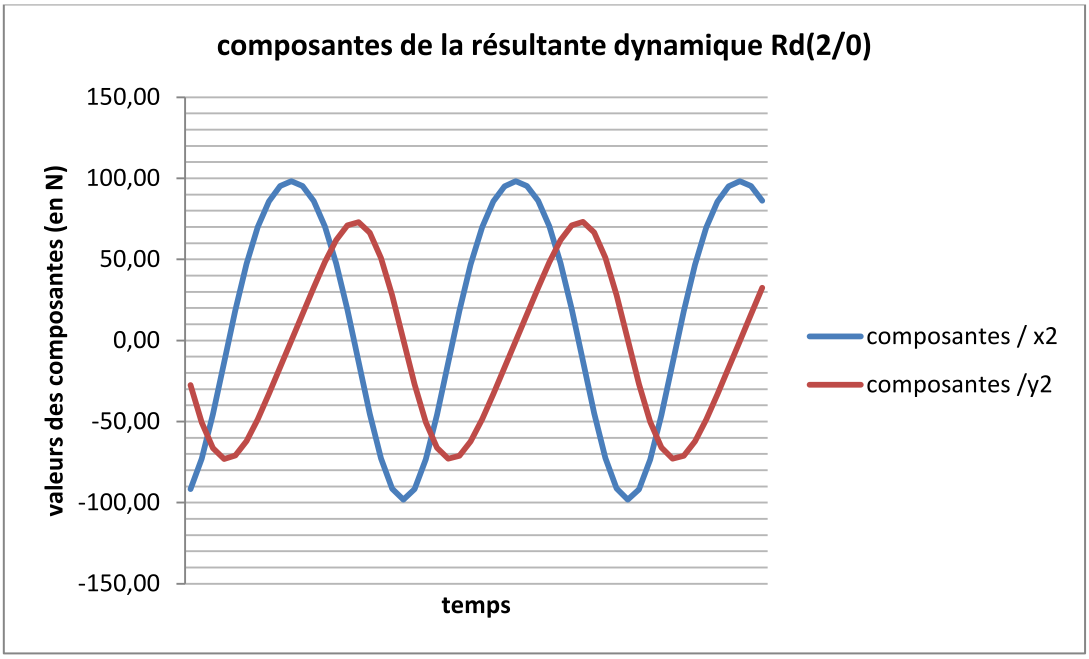
$$\overrightarrow{Rd_{(2/0)}}= -M_2.r.\dot{\alpha}^2.\overrightarrow{x_1} + M_2.c.\ddot{\beta}.\overrightarrow{y_2} - M_2.c.\dot{\beta}^2.\overrightarrow{x_2} \qquad \text{(i)}$$

Donner l'expression littérale du torseur dynamique de (2)/(0) au point G_2

<u>QUESTION 3.2</u>

En s'appuyant sur les formules données question 2.2, donner l'expression de la résultante dynamique et du moment dynamique au point G_2 de la bielle (2)/(0) en fonction de α et $\dot{\alpha}$ (en conservant les mêmes vecteurs de base que dans l'expression (i) donnée ci dessus).
<u>*Question bonus*</u> *: Ecrire les deux expressions en fonctions du temps (on remplacera les différentes grandeurs par les valeurs numériques fournies)*

Les courbes ci-dessous donnent les composantes de la résultante dynamique sur les axes x_2 et y_2.
Les efforts de (1) sur (2) en A et de (3) sur (2) en B sont du même ordre de grandeur que F_c.



<u>QUESTION 3.3</u>

Conclure sur l'influence des grandeurs dynamiques sur les efforts aux paliers en A et B.