

EPREUVE FINALE

Durée : 1h

Energétique

Thème : Théorème de l'énergie cinétique
Support : Téléphérique

PRESENTATION



Photo 1 :
Cabine se déplaçant sur une ligne

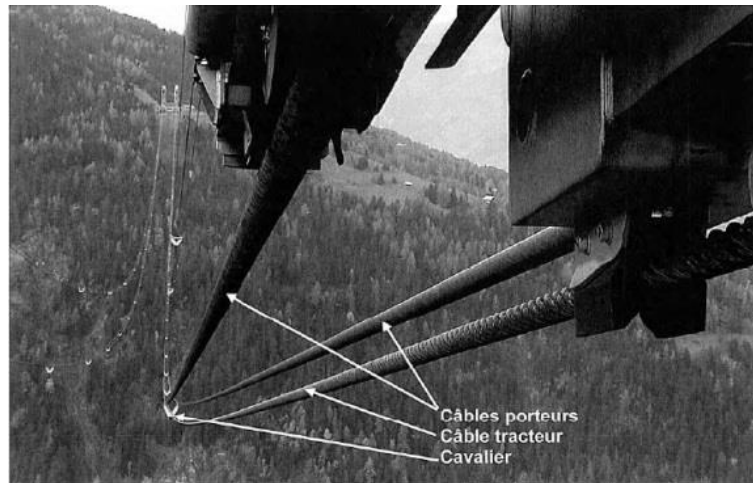


Photo 2 : Vue d'une ligne du téléphérique

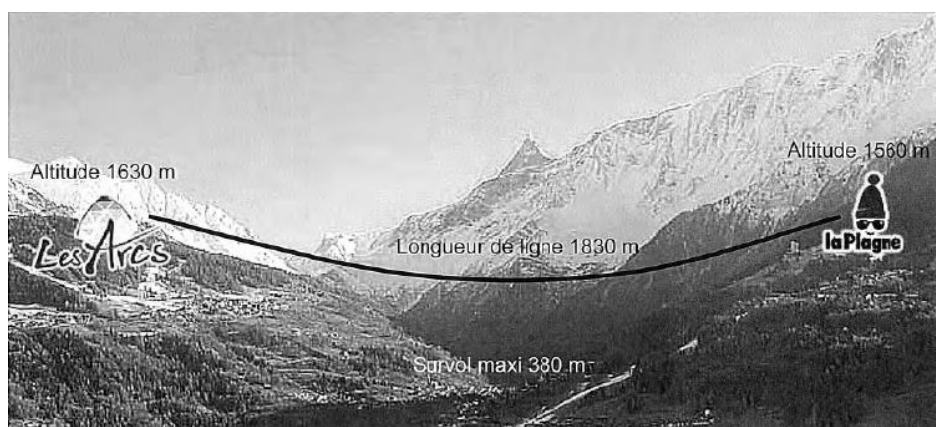


Photo 3 : Vue de la vallée à survoler

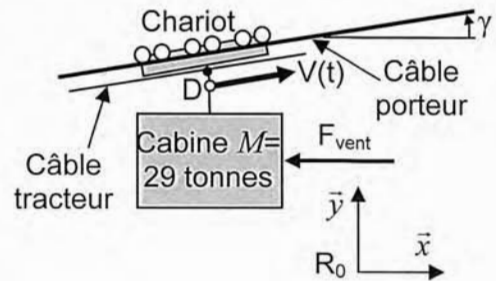
**5- Vérification du critère « Vitesse maximum de la cabine »
de la fonction FT121**

**Vérification du critère « Durée d'arrêt par freinage mécanique de la cabine »
de la fonction FT22**

Documents : Voir annexe 1.

Hypothèses et données :

- Soit R_0 , un repère galiléen lié à la terre.
- On donne $g=9.81 \text{ m/s}^2$, accélération de la pesanteur.
- Soit (E), le système matériel constitué de tous les solides en mouvement et du câble tracteur.
- On suppose que la cabine de masse $M=29$ tonnes se déplace en translation à la vitesse $V(t)$, sur le câble incliné de γ par rapport à l'horizontale (voir figure ci-contre).
- La poulie motrice a pour moment d'inertie par rapport à son axe $J_{pm}=17\,000 \text{ kg.m}^2$. Son diamètre est $D=4 \text{ m}$. Sa vitesse de rotation est notée $\omega(t)$.
- Chacune des 5 poulies de déviation a pour moment d'inertie $J_d=10\,500 \text{ kg.m}^2$ et pour diamètre $d=3.8 \text{ m}$.
- La masse totale du câble tracteur est $m=29$ tonnes. On suppose qu'il se déplace en translation à la vitesse $V(t)$. On néglige la puissance de la pesanteur sur le câble tracteur dans son mouvement par rapport à R_0 .
- On néglige la masse du chariot et de ses poulies de guidage.
- La câble tracteur est guidé par 50 petites poulies de guidage dont les caractéristiques sont : moment d'inertie $J_g=2 \text{ kg.m}^2$, diamètre $d_g=0.5 \text{ m}$. Trente deux de ces poulies sont montées sur des cavaliers accrochés aux câbles porteurs (voir annexe 1), les autres guident le câble en gare.
- Chaque moteur délivre la même puissance et a pour puissance maximum $P_{m,maxi}=530 \text{ kW}$. Chaque moteur a pour moment d'inertie $J_m=11.2 \text{ kg.m}^2$.
On note $\omega_m(t)$ la vitesse de rotation d'un moteur.
- On néglige les inerties des réducteurs de rapport $k=1/20$ et de tous les solides non cités dans les hypothèses. La définition du rapport k est donnée annexe 1.
- On suppose que toutes les liaisons pivot des solides du système matériel E avec le milieu extérieur sont sans frottement.



Dans ce qui suit, on désire respecter le critère suivant du cahier des charges partiel :

Fonction	Critère	Niveau
FT121 : Contrôler l'énergie	Vitesse maximum de la cabine dans une pente à 15° avec un vent défavorable	$V_{max} \geq V_0=12 \text{ m/s}$

Lorsque la cabine approche de la gare de La Plagne, elle doit gravir une pente de $\gamma=15^\circ$. Nous allons calculer la puissance P_m par moteur qui permet d'atteindre et donc de respecter le niveau du critère ci dessus.

Hypothèses complémentaires pour le respect du critère ci-dessus :

- Chacun des deux moteurs délivre la puissance P_m .
- La vitesse de la cabine est constante et égale à $V_0=12 \text{ m/s}$.
- La cabine gravit une pente de $\gamma=15^\circ$.
- L'action du vent est modélisée par une force horizontale, s'opposant au déplacement, d'intensité constante $F_{vent}=5\,000 \text{ N}$. Cette force est un maximum obtenu uniquement par vent défavorable.

- $f=6$ N.m.s/rd coefficient de frottement visqueux équivalent de toutes les forces internes de frottement ramené sur l'axe du moteur.

Question 9. :

- 1- Donnez l'expression de P_{Ext} , la somme des puissances extérieures au système matériel E dans son mouvement par rapport au référentiel R_0 .
- 2- Donnez l'expression de P_{Int} , la somme des puissances intérieures au système matériel E.

Question 10. : Donnez l'expression de la vitesse de rotation $\omega_m(t)$ d'un moteur en fonction de la vitesse $V(t)$ de la cabine, du rapport k et du diamètre D de la poulie motrice.

Question 11. :

- 1- Appliquez le théorème de l'énergie cinétique. Donnez l'expression de la puissance P_m délivrée par chaque moteur en fonction de $k, V_0, D, M, g, f, \gamma$ et F_{vent} .
- 2- Faire l'application numérique de P_m . Les moteurs choisis ont une puissance maximum $P_{m,maxi}=530$ kW. Permettent-ils de respecter le niveau du critère « **Vitesse maximum de la cabine** dans une pente à 15° avec un vent défavorable » de la fonction FT121 ?

Dans ce qui suit, on désire vérifier le critère suivant du cahier des charges partiel

Fonction	Critère	Niveau
FT22 : Immobiliser la cabine en cas de coupure d'énergie sur les moteurs	Durée d'arrêt par freinage mécanique de la cabine lancée à $V_0=12$ m/s dans une descente à 10° sans vent.	$t_a \leq 10$ secondes

Dans une descente, ce sont les moteurs à courant continu qui retiennent la cabine. Mais en cas de coupure d'électricité, les moteurs ne seraient plus contrôlés, et les cabines pourraient atteindre une vitesse trop élevée. Il faut donc immédiatement les arrêter par le système de freinage mécanique, qui comme on l'a vu dans la partie précédente, peut fonctionner sans énergie.

Question 12. :

- 1- Calculez en fonction de $\omega_m(t)$ l'expression littérale de l'énergie cinétique de chaque élément du système matériel E dans son mouvement par rapport au référentiel R_0 (suivre la présentation du cahier réponse).
- 2- En déduire l'expression littérale du moment d'inertie équivalent J de tout le système matériel (E) ramené sur l'axe des moteurs.

Hypothèses et données complémentaires pour cette question :

- On donne $J=800$ kg.m², le moment d'inertie de tout le système matériel (E), ramené sur l'axe des moteurs.
- On ne tient pas compte de l'action du vent F_{vent} .
- Par souci de simplifications, on néglige le frottement visqueux équivalent de toutes les forces internes de frottement ramené sur l'axe du moteur (coefficient f).
- La cabine sort de la gare des Arcs, et descend une pente $\gamma'=-10^\circ$ à la vitesse $V_0=12$ m/s.
- On donne $C_f=300\ 000$ N.m, le couple de freinage du frein de service.
- Le freinage électrique (frein moteur) n'est pas utilisé. Les moteurs ne sont donc pas alimentés.

Question 13. :

- 1- Appliquez le théorème de l'énergie cinétique au système matériel (E) dans son mouvement par rapport au référentiel R_0 . Déterminez l'expression de $\dot{\omega}_m(t)$, la dérivée temporelle de $\omega_m(t)$.
- 2- Donnez l'expression de la décélération notée a de la cabine en fonction de k, D et $\dot{\omega}_m(t)$.
- 3- Donnez en fonction de a et de V_0 l'expression de la durée τ du freinage.
- 4- Faire l'application numérique de τ . Vérifiez le critère « **Durée d'arrêt par freinage mécanique de la cabine** lancée à $V_0=12$ m/s dans une descente à 10° sans vent. » de la fonction FT22.

Annexe 1

Schéma de principe d'une des deux lignes du téléphérique :

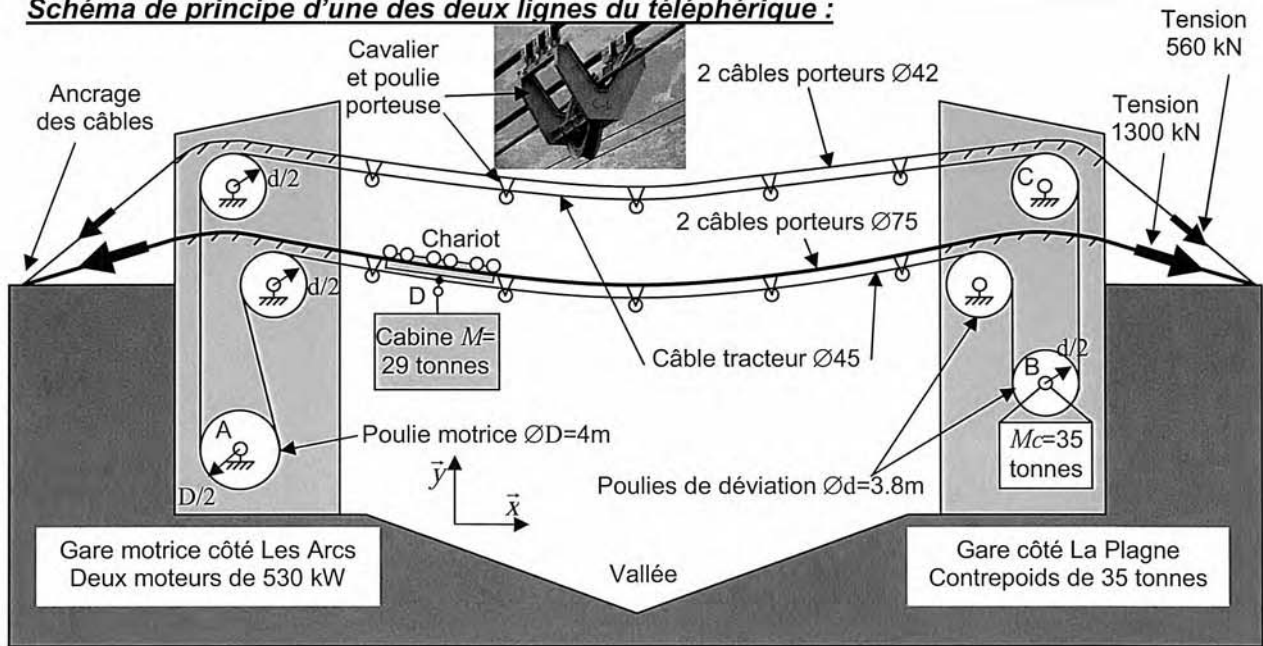
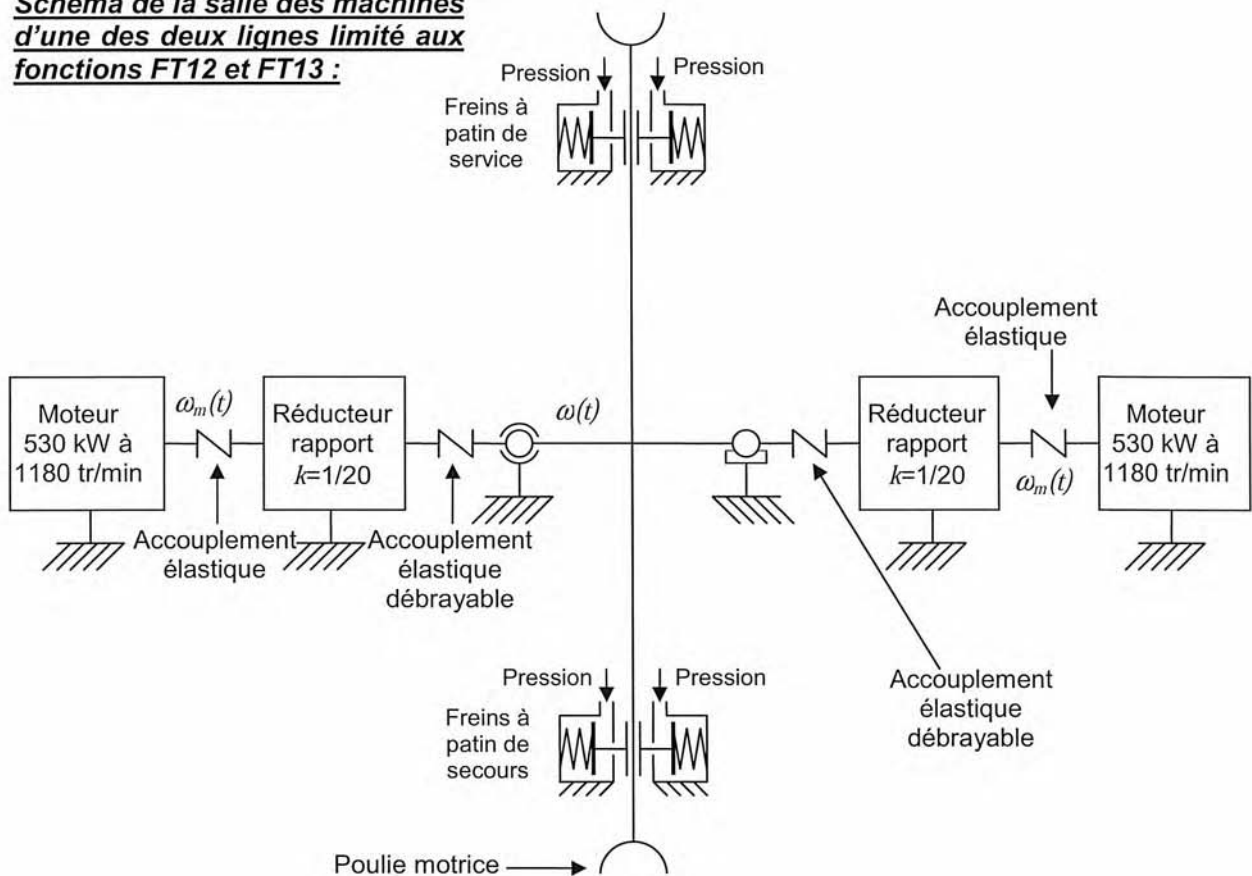


Schéma de la salle des machines d'une des deux lignes limité aux fonctions FT12 et FT13 :



Définition de k :
$$k = \frac{\omega(t)}{\omega_m(t)} = \frac{1}{20}$$