Cycle Préparatoire du DUT+3, INSA de Toulouse

Filière Génie Mécanique

Cinématique

Anémomètre

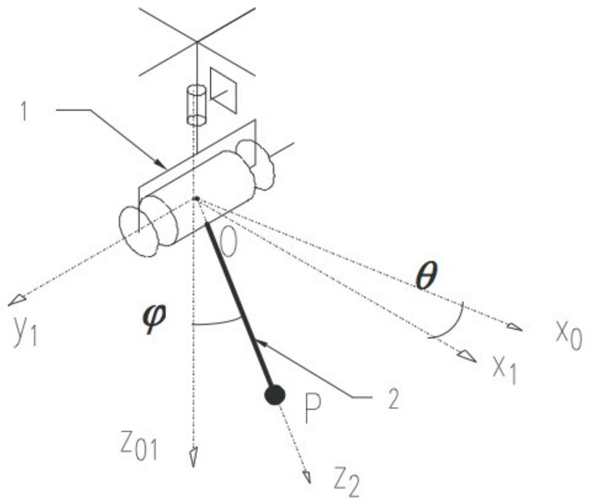
Un anénomètre fonctionne sur le principe suivant : le vent fait tourner les aubes liées au rotor 1, l'indicateur 2 s'élève.

L'indicateur 2 est en liaison pivot par rapport au rotor 1 d'axe Oy_1. Le rotor 1 est

lui même en liaison pivot par rapport au bâti O d'axe Oz_0

On pose $OP=a$.

1) Déterminer les vecteurs rotation de 1/0, de 2/1 et de 2/0. On donnera les expressions de ce dernier vecteur dans les bases 1 puis 2.
2) Déterminer le vecteur vitesse du point P de 2 dans le mouvement 2/0.
3) Déterminer le vecteur accélération du point P de 2 dans le mouvement 2/0.



Correction

1) Déterminer les vecteurs rotation de 1/0, de 2/1 et de 2/0. On donnera les expressions de ce dernier vecteur dans les bases 1 puis 2.

On a : $\vec{\Omega}_{1/0}=\dot{\theta}\,\vec{z}_0$, $\vec{\Omega}_{2/1}=\dot{\phi}\,\vec{y}_1$

On n'oubliera pas de faire des dessins illustrant ces rotations.

Soit : $\vec{\Omega}_{2/0}=\dot{\theta}\,\vec{z}_0+\dot{\phi}\,\vec{y}_1$

2) Déterminer le vecteur vitesse du point P de 2 dans le mouvement 2/0.

On a :

$\vec{OP}=a\,\vec{z}_2$

$\vec{V}(P\,,2/0)=\left(\frac{d}{dt}\vec{OP}\right)_0=\left(\frac{d}{dt}a\,\vec{z}_2\right)_0$

On choisit ici d'utiliser la formule de dérivation dans des bases mobiles.

$$\vec{V}(P,2/0)=\left(\frac{d}{dt}a\,\vec{z}_2\right)_0=\left(\frac{d}{dt}a\,\vec{z}_2\right)_2+\vec{\Omega}_{2/0}\wedge\vec{OP}$$

On voit qu'il est intéressant de projeter $\vec{\Omega}_{2/0}$ dans la base 2.

$$\vec{\Omega}_{2/0}=\left|\begin{array}{c}-\dot{\theta}\sin\phi\\ \dot{\phi}\\ \dot{\theta}\cos\phi\end{array}\right._2$$

Donc :

$$\vec{V}(P,2/0)=\left|\begin{array}{l}0\\0\\0\end{array}\right._2+\left|\begin{array}{c}-\dot{\theta}\sin\phi\\ \dot{\phi}\\ \dot{\theta}\cos\phi\end{array}\right._2\wedge\left|\begin{array}{l}0\\0\\a\end{array}\right._2$$

Soit

$$\vec{V}(P,2/0)=\left|\begin{array}{c}a\dot{\phi}\\ a\dot{\theta}\sin\phi\\ 0\end{array}\right._1$$

4) Déterminer le vecteur accélération du point P de 2 dans le mouvement 2/0.

Le vecteur accélération $\vec{\Gamma}(P,2/0)$ se calcule de la même façon :

$$\vec{\Gamma}(P,2/0)=\left(\frac{d}{dt}\vec{V}(P,2/0)\right)_0=\left(\frac{d}{dt}\vec{V}(P,2/0)\right)_1+\vec{\Omega}_{1/0}\wedge\vec{V}(P,2/0)$$

On trouve

$$\vec{\Gamma}(G,2/0)=\left|\begin{array}{c}a\ddot{\phi}-a\dot{\theta}^2\cos\phi\sin\phi\\ a\ddot{\theta}\sin\phi+2a\dot{\theta}\dot{\phi}\cos\phi\\ -a\dot{\theta}^2\sin^2\phi-a\dot{\phi}^2\end{array}\right._1$$