

Cycle Préparatoire IFCI, INSA de Toulouse

Filière Génie Mécanique

Cinématique

Rotation simple

La figure ci-dessous représente une roue 1 qui roule sur le sol 0. 1 est en rotation d'axe $Oz = Oz_1$ et de paramètre θ par rapport au sol 0. Le repère de référence est le repère R lié au sol. Le point de contact est noté I et ses coordonnées dans R sont x_I et 0. Le centre de la roue est noté G et ses coordonnées dans R sont x_I et r .

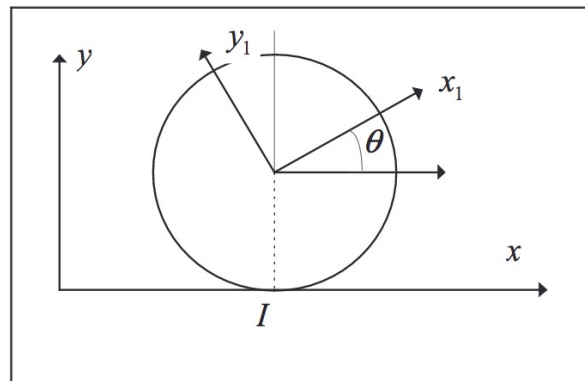


Figure 1

- 1°) Exprimer le vecteur $\vec{\Omega}_{1/0}$.
- 2°) Calculer par la formule $d/dt...$ la vitesse $\vec{V}(I/0)$ du point géométrique I dans son mouvement / sol.
- 3°) Calculer (en passant par le point G) la vitesse $\vec{V}(I \in 1/0)$.
- 4°) En déduire la vitesse $\vec{V}(I/1)$.
- 5°) Quelle est la relation entre \dot{x}_I et $\dot{\theta}$ dans le cas où il existe roulement sans glissement ?

Correction

- 1) Exprimer le vecteur $\vec{\Omega}_{1/0}$

On a bien entendu : $\vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta} \vec{z}_1 = \dot{\theta} \vec{z}$

- 2) Calculer par la formule $d/dt...$ la vitesse $\vec{V}(I/0)$ vitesse du point géométrique I .

On a $\vec{OI} = x_I \vec{x}$

Ainsi

$$\vec{V}(I/0) = \left(\frac{d}{dt} \vec{OI} \right)_0$$

Ici, le calcul est simple :

$$\vec{V}(I/0) = \dot{x}_I \vec{x}$$

- 3) Calculer (en passant par le point G) la vitesse $\vec{V}(I \in 1/0)$.

$$\vec{V}(I \in 1/0) = \vec{V}(G \in 1/0) + \vec{IG} \wedge \vec{\Omega}_{1/0}$$

On a $\vec{OG} = x_I \vec{x} + r \vec{y}$

Ainsi

$$\vec{V}(G \in 1/0) = \left(\frac{d}{dt} \vec{OG} \right)_0 = \dot{x}_I \vec{x}$$

Finalement, avec $\vec{IG} = r \vec{y}$, on obtient

$$\vec{V}(I \in 1/0) = \dot{x}_I \vec{x} + r \dot{\theta} \vec{x} = (\dot{x}_I + r \dot{\theta}) \vec{x}$$

Remarque importante : $\vec{V}(I/0)$ et $\vec{V}(I \in 1/0)$ sont des vitesses différentes ! La première est celle du point géométrique, la seconde celle du point appartenant à 1.

4) C'est à vous...

5) C'est à vous...