

# Mathématiques 2

---

Ce cours vous est proposé par Odile Brandière, Université de Paris Sud 11, UFR Jean Monnet et AUNEGe, l'Université Numérique en Économie Gestion.

---

## Comment étudier ce cours ?

Bienvenue dans ce cours de Mathématiques 2.

Ce cours est composé de 9 leçons sur diverses notions de mathématiques de niveau Licence 2.

Chaque leçon est composée d'un DOCUMENT DE COURS, d'une série d'EXERCICES et de leur CORRECTION.

Tous ces éléments sont téléchargeables au format PDF.

**Nous vous invitons à étudier les documents de cours, puis à effectuer les EXERCICES pour tester vos connaissances.**

## Sommaire

Leçon 1 : Espaces vectoriels

Leçon 2 : Applications linéaires

Leçon 3 : Suites

Leçon 4 : Fonctions à plusieurs variables

Leçon 5 : L'optimisation revisitée

Leçon 6 : Matrices 1

Leçon 7 : Matrices 2

Leçon 8 : Suites récurrentes

Leçon 9 : Optimisation et convexité

## Objectifs

L'objectif de ce cours est le même que celui de L1, l'acquisition de l'outil mathématique nécessaire pour aborder les statistiques et résoudre les problèmes liés à l'économie et la gestion.

Les problèmes économiques se présentent souvent sous forme séquentielle lorsque le temps est envisagé comme discret et non continu. D'où les deux chapitres 3 et 9 sur les suites.

Cette partie **algèbre linéaire** est traitée dans les leçons de cette ressource. L'objectif est de maîtriser le calcul matriciel et d'aborder la réduction d'une matrice en vue de résoudre des systèmes linéaires séquentiels d'ordre 1 et plus tard des systèmes différentiels.

## Présentation des leçons

Voici une présentation des différentes leçons destinée à guider l'étudiant et le tuteur et à aider à dégager les points fondamentaux.

**Leçon 1 et 2** : Introduisent les notions d'espace vectoriel et l'application linéaire. Il s'agit de manipuler des données faisant intervenir plusieurs dimensions. A la fin du cours, en ce qui concerne ces deux leçons on doit :

- Savoir ce qu'est un espace vectoriel et déterminer si un ensemble est un sous-espace vectoriel d'un autre espace.
- Savoir ce qu'est une base, construire une base d'un sous-espace vectoriel, en reconnaître une.
- Savoir utiliser la notion de dimension. Elle permet souvent d'éviter de nombreux calculs.
- Savoir déterminer si une application agissant sur un espace vectoriel est linéaire.
- Savoir déterminer l'espace image et le noyau d'une application linéaire et utiliser le théorème aux dimensions.
- Pouvoir donner la matrice d'une application linéaire dans deux bases données.

**Leçon 3** : "Suites" présente la notion de suite et les généralités s'y rattachant en s'attardant sur les suites récurrentes d'ordre 1 ou  $u_{n+1}$  est une fonction de  $u_n$  (ne pas confondre avec les suites de la forme  $u_n = f(n)$  !). On donne un rappel sur les suites dont on doit savoir parfaitement les propriétés, les suites arithmétiques (et le raisonnement par récurrence qui est très important), et les suites géométriques (et le calcul financier en application).

**Leçon 4** : traite des "fonctions à plusieurs variables". Elle reprend des notions déjà vues en L1 et les approfondit. La maîtrise des dérivées partielles est indispensable. Il faut savoir utiliser convenablement le théorème des fonctions implicites. La notion de fonction homogène et ses propriétés sont importantes car de telles fonctions sont couramment utilisées en économie.

**Leçon 5** : est fondamentale puisqu'elle traite de l'optimisation avec et sans contrainte. Tout ce qui figure dans ce chapitre est important et il faut savoir résoudre tous les problèmes d'optimisation proposés et maîtriser les notions d'extremum local et d'extremum global. Parfois, pour la recherche de points stationnaires les calculs sont difficiles, c'est un problème technique qui ne doit pas arrêter. D'ailleurs souvent les exercices sont posés sous la forme "montrer que "tel point" est un point stationnaire" pour éviter les complications dues aux calculs. Dans le cas d'une optimisation sous contrainte on précisera alors le multiplicateur de Lagrange associé. Dans le cas de l'optimisation sous contrainte la condition du second ordre est difficile à vérifier, on ne le fera que si c'est explicitement demandé et dans ce cas les calculs seront simples et feront parfois appel aux développements limités.

**Leçons 6 et 7** : sont les deux leçons d'algèbre. Il faut bien sûr bien maîtriser les opérations sur les matrices. La technique d'inversion de matrice n'est pas à connaître (de simple calculatrice permettent de le faire aisément) mais on doit savoir mettre en place le système permettant de le faire. Il faut savoir déterminer une matrice de passage entre deux bases d'un même espace vectoriel et l'utiliser pour passer de la matrice d'une application linéaire dans une base à celle de la même application dans une autre base. Tout le paragraphe concernant la diagonalisation des matrices est important. Il faut aussi savoir reconnaître un vecteur propre et le déterminer ainsi que les valeurs propres.

**Leçon 8** : traite des suites linéaires récurrentes d'ordre 1 et 2. Les techniques décrites dans ce chapitre sont à savoir. On n'oubliera de connaître la méthode à utiliser en cas de résonance.

**Leçon 9** : introduit la notion de fonctions à plusieurs variables concaves et convexes qui sont souvent utilisées en économie. La difficulté réside dans la détermination de la convexité de ces fonctions. On se limitera aux cas simples. Dans ce cadre la recherche d'extremum se simplifie dans la mesure où l'étude de la condition du premier ordre suffit. C'est l'essentiel à retenir.

## Prérequis

Le pré requis de ce cours est le cours de Mathématiques1 (niveau L1). Il se place dans sa continuité.

## Métadonnées

### Publics cibles

Niveau Licence, mention Économie.

## Domaines

Économie.

## Mots clés

Fonctions, matrices, algèbre linéaire, suite, récurrence, optimisation.

## Durée en équivalent heure de cours

30 heures.

## Auteur

Odile Brandière, Université de Paris Sud 11, UFR Jean Monnet

## Édition

AUNEGe

## Références

### Comment citer ce cours ?

Mathématiques 2, Odile Brandière, AUNEGe (<http://auneg.fr>), CC – BY NC ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).



Cette œuvre est mise à disposition dans le respect de la législation française protégeant le droit d'auteur, selon les termes du contrat de licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>). En cas de conflit entre la législation française et les termes de ce contrat de licence, la clause non conforme à la législation française est réputée non écrite. Si la clause constitue un élément déterminant de l'engagement des parties ou de l'une d'elles, sa nullité emporte celle du contrat de licence tout entier.