INSA Toulouse, Cycle préparatoire.

Mémento Transformée de Laplace

TABLE 1 –
Soit : $H(t)$: fonction de Heaviside.

Nom	Fonction originale	Fonction image	Intervalle de convergen
Heaviside (Echelon unité)	$H(t)$	$\frac{1}{p}$	$\mathbb{R}_+^*$
Echelon retardé	$H(t-\tau)$	$\frac{1}{p}\exp(-\tau p)$	$\mathbb{R}_+^*$
Dirac (Impulsion unité)	$\delta(t)$	1	$\mathbb{R}_+^*$
Dirac décalé	$\delta(t-\tau)$	$\exp(-\tau p)$	$\mathbb{R}$
Puissance n-ième	$\frac{t^n}{n!}H(t)$	$\frac{1}{p^{n+1}}$	$p>0$
Décroissance exponentielle	$\exp(-\alpha t)H(t)$	$\frac{1}{p+\alpha}$	$p>-\alpha$
Sinus	$\sin(\omega t)H(t)$	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$	$p>0$
Cosinus	$\cos(\omega t)H(t)$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$	$p>0$
Sinus Hyperb.	$\sinh(\alpha t)H(t)$	$\frac{\alpha}{p^2-\alpha^2}$	$p>\|\alpha\|$
Cosinus Hyperb.	$\cosh(\alpha t)H(t)$	$\frac{p}{p^2-\alpha^2}$	$p>\|\alpha\|$
Décroissance exponentielle d'une onde sinusoidale	$\exp(-\alpha t)\sin(\omega t)H(t)$	$\frac{\omega}{(p+\alpha)^2+\omega^2}$	$p>-\alpha$
Décroissance exponentielle d'une onde cosinusoidale	$\exp(-\alpha t)\cos(\omega t)H(t)$	$\frac{(p+\alpha)}{(p+\alpha)^2+\omega^2}$	$p>-\alpha$

NB. Tables bien plus fournies disponibles dans la littérature, voir sur le site web "EqWorld : the world of mathematical equations".

Fractions rationnelles Leur décomposition en éléments simples (en électronique par exemple) conduit à des termes du type :

$$\frac{a}{(p+\alpha)^n} \text{ et } \frac{ap+b}{p^2+\beta p+\alpha}$$

On retrouve alors leur transformée de Laplace inverse en utilisant la table ; fonctions : $H(\cdot),\ \exp(-\cdot),\ \sin(\cdot),\ \cos(\cdot),\ \sinh(\cdot), \cosh(\cdot)$ etc.