Introduction à l'économétrie
Méthode des Moindres Carrés Ordinaires

Ce cours vous est proposé par Olivier Baron, Maître de conférences, Université de Bordeaux et par AUNEGe, l'Université Numérique en Économie Gestion.

Exercice

Attention : ceci est la version corrigée de l'activité.

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

Soit le modèle (1) à quatre variables explicatives :

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + \varepsilon_t \qquad (1)$$

On dispose de 40 observations temporelles sur la variable dépendante et les quatre variables explicatives. On supposera dans la première partie du problème que les hypothèses H_2, H_3 et H_6 sont vérifiées.

Remarque

Cet exercice fait référence aux points abordés au cours de ce chapitre. Néanmoins il nécessite aussi l'utilisation de certains résultats présentés au cours des deux premiers chapitres.

CONSIGNE DE L'EXERCICE

PARTIE 1 :

L'estimation par les Moindres Carrés Ordinaires de la relation (1) fournit les résultats suivants :

$Variables$	$\hat{\beta}_j$	$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_j)$
$Constante$	12,092	5,01
X_1	0,384	0,129
X_2	- 0,162	0,062
X_3	0,052	…
X_4	0,126	…

Malheureusement, le logiciel économétrique utilisé est incomplet et n'a pas été capable de calculer les deux derniers écart-types estimés. De plus, il ne fournit comme autres informations que :

$$\text{Var}\, Y = 12{,}19 \qquad DW = 2{,}89 \qquad \hat{\sigma} = 1{,}44$$

où $\hat{\sigma}$ désigne l'écart-type estimé de la perturbation.

Questions – Partie 1

1. En déduire les valeurs du coefficient de détermination (R^2) et du coefficient de détermination ajusté $(\bar{R}^2)$ associés à cette estimation.

2. Montrer à l'aide des tests de Student que les coefficients β_0, β_1 et β_2 sont significativement différents de zéro. Choisir un risque de première espèce égal à 5%.

3. Calculer la valeur de la statistique F et mener le test de significativité globale de la régression en choisissant le même risque de première espèce.

4. Désirant connaître l'influence éventuelle des deux dernières variables explicatives (X_3 et X_4) sur la variable dépendante, vous décidez d'estimer à partir des mêmes observations le modèle (2) suivant :

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1t} + \alpha_2 X_{2t} + \eta_t \qquad (2)$$

Cette fois-ci, le logiciel, toujours aussi défaillant, ne fournit comme informations que :

$$\sum_{t=1}^{40} \hat{\eta}_t^2 = 93{,}75 \qquad \text{et} \qquad DW = 3{,}02$$

a. Expliquer comment ces informations peuvent vous permettre de tester l'hypothèse nulle suivante :

$$H_0 : \qquad \beta_3 = \beta_4 = 0$$

b. Écrire cette hypothèse sous la forme $C.\beta = q$ où C et q sont 2 matrices que vous expliciterez.

c. Mettre en œuvre ce test en choisissant toujours un risque de première espèce égal à 5%.

d. Compte tenu de la décision prise à la question précédente, effectuer un choix entre les modèles (1) et (2).

5. L'échantillon initial comprenant 40 observations peut être scindé en deux sous-périodes comprenant respectivement 16 et 24 observations. On repère ces deux sous-périodes par les indices $_A$ et $_B$. L'estimation du modèle (1) sur la première période fournit : $\sum_{t=1}^{16} \hat{\varepsilon}_{At}^2 = 21{,}32$. L'estimation du même modèle (1) sur la seconde période donne : $\sum_{t=17}^{40} \hat{\varepsilon}_{Bt}^2 = 27{,}95$.

a. On veut tester la stabilité temporelle de la régression (1) sur les deux sous-périodes. Nommer la méthode permettant d'y parvenir.

b. Préciser l'hypothèse nulle testée et l'hypothèse alternative.

c. Construire la statistique pertinente pour réaliser ce test et le mettre en œuvre, en choisissant un risque de première espèce égal à 5%.

d. Conclure

6. Tester l'hypothèse d'absence d'autocorrélation des perturbations dans les deux modèles. Vous préciserez le type d'autocorrélation que vous êtes en mesure de tester compte tenu des informations à votre disposition.

7. Ce dernier résultat a-t-il des conséquences sur la conclusion apportée à la question 4.d ?

PARTIE 2 :

1. On suppose à présent que :

$$\begin{cases} \varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + e_t \\ \eta_t = \lambda\eta_{t-1} + \nu_t \end{cases}$$

où les perturbations e_t et ν_t sont des bruits blancs.

   a. Définir de façon précise les coefficients ρ et λ et donner leur intervalle probable de variation.

   b. Montrer que sous l'hypothèse H_0 les modèles (1) et (2) sont identiques. En déduire que sous cette hypothèse $\rho = \lambda$.

2. On décide d'écrire les modèles (1) et (2) en quasi-différences. Ces nouveaux modèles seront notés (1^*) et (2^*).

   a. Quel est le principal intérêt de cette écriture ?

   b. Expliciter complètement le modèle (2^*) et exprimer les paramètres du modèle (2) en fonction de ceux du modèle (2^*).

3. On estime par Moindres Carrés Ordinaires les modèles (1^*) et (2^*) en donnant aux paramètres ρ et λ des valeurs successives.

   a. Nommer la méthode employée et en décrire rapidement le principe.

   b. Les résultats de ces estimations sont présentés dans le tableau suivant :

ρ, λ	-0,2	-0,4	-0,6	-0,8
$\sum_{t=1}^{40} \hat{e}_t^2$	69,38	67,54	65,47	64,88
$\sum_{t=1}^{40} \hat{\nu}_t^2$	89,45	83,71	79,12	71,02

En choisissant toujours un seuil de 5%, tester l'hypothèse H_0 pour chacune des 4 valeurs des paramètres ρ et λ.

   c. Quelle valeur de ρ et λ retenez-vous ?

4. Finalement, des deux modèles (1) et (2), lequel choisissez-vous ? Justifier votre réponse de façon précise.

CORRECTION

PARTIE 1 :

1. **En déduire les valeurs du coefficient de détermination $(\boldsymbol{R}^2)$ et du coefficient de détermination ajusté $(\bar{\boldsymbol{R}}^2)$ associés à cette estimation.**

Les informations fournies par le logiciel permettent de calculer le coefficient de détermination (R^2) associé à cette estimation. Il suffit de déduire la somme des carrés des résidus estimés (SCR) de la valeur donnée de l'écart-type estimé de la perturbation. En effet :

$\hat{\sigma}^2 = \frac{SCR}{n-k}$ et donc $SCR = (n-k).\hat{\sigma}^2 = (40-5).1{,}44^2 = 72{,}576$

Puisque $\mathrm{Var}\, Y = \frac{1}{40}\sum_{t=1}^{40}(Y_t - \bar{Y})^2 = 12{,}19$ on déduit $\sum_{t=1}^{40}(Y_t - \bar{Y})^2 = 40 * 12{,}19 = 487{,}6$ et donc : $R^2 = 1 - \frac{SCR}{\sum_{t=1}^{40}(Y_t - \bar{Y})^2} = 1 - \frac{72{,}576}{487{,}6} = 0{,}851.$

Le coefficient de détermination ajusté $(\bar{R}^2)$ se déduit aussi facilement. On aura :

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{\frac{SCR}{n-k}}{\frac{\sum_{t=1}^{40}(Y_t - \bar{Y})^2}{n-1}} = 1 - \frac{\frac{72{,}576}{35}}{\frac{487{,}6}{39}} = 0{,}834$$

2. **Montrer à l'aide des tests de Student que les coefficients $\boldsymbol{\beta_0}$, $\boldsymbol{\beta_1}$ et $\boldsymbol{\beta_2}$ sont significativement différents de zéro. Choisir un risque de première espèce égal à 5%.**

Pour mener les tests de Student, il faut comparer les valeurs calculées des statistiques $t_j = \frac{\hat{\beta}_j}{\hat{\sigma}(\hat{\beta}_j)}$ et la valeur critique d'une loi de Student à 35 degrés de liberté. On peut aussi calculer les *p-values* (α_j) associées à chacun des trois tests. Si la *p-value* est inférieure à la valeur fixée de 5%, on rejettera l'hypothèse nulle et donc on considèrera que le coefficient correspondant est significativement différent de zéro. Les résultats peuvent être regroupés dans le tableau suivant :

$\hat{\beta}_0 = 12{,}092$	$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_0) = 5{,}01$	$t_0 = \frac{12{,}092}{5{,}01} = 2{,}41$	$\alpha_0 = 0{,}021$
$\hat{\beta}_1 = 0{,}384$	$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_1) = 0{,}129$	$t_1 = \frac{0{,}384}{0{,}129} = 2{,}98$	$\alpha_1 = 0{,}005$
$\hat{\beta}_2 = -0{,}162$	$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_2) = 0{,}062$	$t_2 = \frac{-0{,}162}{0{,}062} = -2{,}61$	$\alpha_2 = 0{,}013$

Les trois *p-values* sont inférieures à 5% ce qui indique que les coefficients β_0, β_1 et β_2 sont significativement différents de zéro.

3. **Calculer la valeur de la statistique F et mener le test de significativité globale de la régression en choisissant le même risque de première espèce.**

Le test de significativité globale de la régression teste l'hypothèse nulle selon laquelle tous les coefficients sont nuls à l'exception de la constante. Compte tenu des résultats obtenus à la question précédente, il est clair que nous allons rejeter cette hypothèse. La statistique F fait partie des sorties automatiques des logiciels économétriques car elle ne dépend que du coefficient de détermination et des valeurs de n et de k.

En effet, on a :

$F = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-k}{k-1}$ soit ici : $F = \frac{0,851}{1-0,851} \cdot \frac{35}{4} = 49,97.$

Sous l'hypothèse nulle, cette statistique suit une loi de Fisher de degrés de liberté 4 et 35. Pour un risque de première espèce de 5%, la valeur critique d'une telle loi de Fisher vaut : $f_{0,05}^* = 2,64$. La valeur calculée est largement supérieure à la valeur critique ce qui nous conduit, comme prévu, à rejeter l'hypothèse nulle.

4. **Cette fois-ci, le logiciel, toujours aussi défaillant, ne fournit comme informations que :**

$$\sum_{t=1}^{40} \hat{\eta}_t^2 = 93,75 \qquad \text{et} \qquad DW = 3,02$$

   a. **Expliquer comment ces informations peuvent vous permettre de tester l'hypothèse nulle suivante :**

$$H_0 : \qquad \beta_3 = \beta_4 = 0$$

L'hypothèse H_0 représente 2 contraintes sur les coefficients du modèle (1). Lorsqu'on intègre ces contraintes dans le modèle initial, on obtient le modèle (2). On peut remarquer que les perturbations des deux modèles sont notées différemment car on ne sait pas si ces contraintes sont pertinentes. Le modèle (2) est donc le modèle contraint et le modèle (1) est le modèle non contraint. Tester l'hypothèse H_0 revient donc à tester le modèle contraint contre le modèle non contraint. Puisque nous connaissons les sommes des carrés des résidus issus des estimations des deux modèles, nous pourrons construire et calculer la statistique permettant de prendre une décision.

b. **Écrire cette hypothèse sous la forme $\boldsymbol{C.\beta = q}$ où $\boldsymbol{C}$ et $\boldsymbol{q}$ sont 2 matrices que vous expliciterez.**

L'hypothèse H_0 comportant 2 contraintes linéaires sur les composantes du vecteur β, la matrice C contiendra 2 lignes. On a immédiatement :

$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $q = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

On vérifie bien que :

$$\beta_3 = \beta_4 = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

c. **Mettre en œuvre ce test en choisissant toujours un risque de première espèce égal à 5%.**

Comme nous venons de le rappeler, pour tester l'existence de r contraintes linéaires indépendantes sur les composantes du vecteur $\underset{(k,1)}{\beta}$, de la forme H0 : $\underset{(r,k)}{C} . \underset{(k,1)}{\beta} = \underset{(r,1)}{q}$, on va utiliser le résultat suivant :

$$\textbf{Si H}_0 \textbf{ est vraie} \text{ alors : } f = \frac{\frac{SCR_c - SCR_{nc}}{dl_c - dl_{nc}}}{\frac{SCR_{nc}}{dl_{nc}}} \rightarrow F_{(dl_c - dl_{nc}, dl_{nc})}$$

où SCR_c et SCR_{nc} représentent respectivement les sommes des carrés des résidus des estimations contrainte et non contrainte, dl_c et dl_{nc} étant les degrés de liberté de ces deux estimations. Dans le cas présent, nous avons :

$SCR_c = 93{,}75 \quad SCR_{nc} = 72{,}58 \quad dl_c = 37 \quad dl_{nc} = 35$

La statistique du test vaut donc : $f = \frac{\frac{93{,}75 - 72{,}58}{2}}{\frac{72{,}58}{35}} = 5{,}1$. Il faut comparer cette valeur à la valeur critique d'une loi de Fisher de degrés de liberté 2 et 35. On trouve $f^*_{0{,}05} = 3{,}27$. La valeur calculée étant supérieure à la valeur critique, on rejette l'hypothèse H_0 et on conclue que les contraintes ne sont pas pertinentes.

d. Compte tenu de la décision prise à la question précédente, effectuer un choix entre les modèles (1) et (2)

Les contraintes $\beta_3 = \beta_4 = 0$ n'étant pas pertinentes, on préfère bien entendu le modèle (1) au modèle (2).

5. L'échantillon initial comprenant 40 observations peut être scindé en deux sous-périodes comprenant respectivement 16 et 24 observations. On repère ces deux sous-périodes par les indices A et B. L'estimation du modèle (1) sur la première période fournit : $\sum_{t=1}^{16} \hat{\varepsilon}_{At}^2 = 21,32$. L'estimation du même modèle (1) sur la seconde période donne : $\sum_{t=17}^{40} \hat{\varepsilon}_{Bt}^2 = 27,95$.

a. On veut tester la stabilité temporelle de la régression (1) sur les deux sous-périodes. Nommer la méthode permettant d'y parvenir

Le test permettant de tester la stabilité temporelle de la régression est le test de Chow.

b. Préciser l'hypothèse nulle testée et l'hypothèse alternative.

L'hypothèse nulle testée est que les coefficients sont stables entre les deux sous-périodes. Sous cette hypothèse il est donc inutile d'estimer deux modèles, l'estimation du modèle (1) est suffisante. C'est le modèle contraint, puisque dans ce cas, on contraint les coefficients à être les mêmes. L'hypothèse alternative est que les coefficients diffèrent entre les deux sous-périodes. On doit donc estimer deux modèles, un sur chaque sous-période. C'est le modèle non contraint. Ce test de stabilité temporelle est donc un cas particulier de test de r contraintes linéaires sur les coefficients, présenté à la question 4. Ici, $r = k$.

c. Construire la statistique pertinente pour réaliser ce test et le mettre en œuvre, en choisissant un risque de première espèce égal à 5%.

La statistique pertinente pour réaliser ce test est la même que celle utilisée à la question 4. Par contre ici, le modèle contraint consiste à estimer la relation sur l'ensemble des observations et est donc représenté par le modèle (1). On aura donc $SCR_c = 72{,}58$ et $dl_c = 35$. Les informations liées au modèle non contraint sont obtenues en utilisant la propriété suivante : $SCR_{nc} = SCR_A + SCR_B$ où SCR_A et SCR_B sont les sommes des carrés des résidus issues des estimations réalisées sur les deux sous-périodes, soit : $SCR_{nc} = 21{,}32 + 27{,}95 = 49{,}27$. De même, $dl_{nc} = dl_A + dl_B$ où dl_A et dl_B sont les degrés de liberté de ces deux mêmes estimations. Ainsi $dl_A = n_A - k = 16 - 5 = 11$ et $dl_B = n_B - k = 24 - 5 = 19$. On en déduit que $dl_{nc} = 30$. On aura donc :

$$f = \frac{\frac{SCR_c - SCR_{nc}}{dl_c - dl_{nc}}}{\frac{SCR_{nc}}{dl_{nc}}} = \frac{\frac{SCR_c - (SCR_A + SCR_B)}{k}}{\frac{(SCR_A + SCR_B)}{n - 2k}} = \frac{\frac{72{,}58 - 49{,}27}{5}}{\frac{49{,}27}{30}} = 2{,}84$$

Le test est basé sur le résultat suivant : Si H_0 est vraie alors : $f \rightarrow F_{(k,n-2k)}$

On doit donc comparée la valeur obtenue de la statistique avec la valeur critique d'une loi de Fisher à 5 et 30 degrés de liberté. Pour un risque α égal à 5%, on trouve : $f^*_{0,05} = 2{,}53$.

d. Conclure

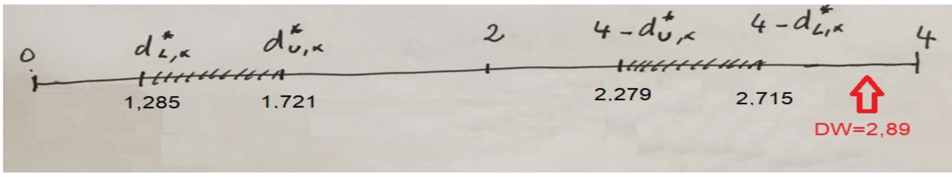
La valeur calculée de la statistique étant supérieure à la valeur critique, on rejette l'hypothèse nulle et on peut conclure que les coefficients de l'estimation sont significativement différents entre les deux sous-périodes. Il est tout de même important de noter que si, au lieu d'un risque de première espèce de 5%, nous avions choisi un risque de 1%, la valeur critique aurait été $f^*_{0,01} = 3{,}7$, ce qui nous aurait conduit à ne pas rejeter l'hypothèse nulle de stabilité temporelle.

6. Tester l'hypothèse d'absence d'autocorrélation des perturbations dans les deux modèles. Vous préciserez le type d'autocorrélation que vous êtes en mesure de tester compte tenu des informations à votre disposition.

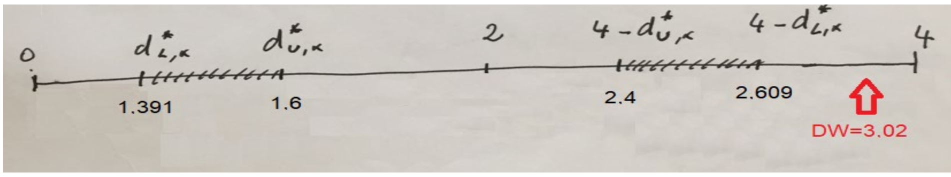
Parmi les informations communiquées par le logiciel, nous connaissons les statistiques de Durbin-Watson pour les modèles (1) et (2). Ces statistiques nous permettent de tester l'hypothèse d'une autocorrélation des perturbations d'ordre 1, hypothèse selon laquelle la perturbation associée à la date t est liée à la perturbation de la date précédente.

Pour mettre en œuvre ces tests, il faut connaître les valeurs critiques des statistiques d_L et d_U qui encadrent la statistique DW. On choisira toujours un risque de première espèce égal à 5%.

Modèle 1 : Dans ce modèle, $n = 40$ et $k' = k - 1 = 4$. La table fournit : $d^*_{L,0,05} = 1{,}285$ et $d^*_{U,0,05} = 1{,}721$.



Modèle 2 : Dans ce modèle, $n = 40$ et $k' = k - 1 = 2$. La table fournit : $d^*_{L,0,05} = 1{,}391$ et $d^*_{U,0,05} = 1{,}6$.



Dans un cas comme dans l'autre on voit que la statistique DW se situe entre la valeur de $4 - d^*_{L,0,05}$ et 4 ce qui indique une autocorrélation négative des erreurs dans chacun des deux modèles.

7. Ce dernier résultat a-t-il des conséquences sur la conclusion apportée à la question 4.d ?

Bien que l'autocorrélation des perturbations ne biaise pas l'estimation, les écart-types estimés des coefficients par la méthode des Moindres Carrés Ordinaires sont faux, ce qui a pour conséquence d'invalider les résultats des tests qui les utilisent. On peut donc penser que la conclusion donnée à la question 4.d, sur la base d'un test de Fisher, est sujette à caution. La seconde partie de cet exercice va permettre d'évaluer ce problème et le cas échéant d'y remédier.

<u>PARTIE 2</u> :

1. **On suppose à présent que :**

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + e_t} \\ \boldsymbol{\eta_t = \lambda\eta_{t-1} + \nu_t} \end{cases}$$

où les perturbations e_t et ν_t sont des bruits blancs.

1. **Définir de façon précise les coefficients ρ et λ et donner leur intervalle probable de variation.**

Les coefficients ρ et λ sont les coefficients d'autocorrélation d'ordre 1 des perturbations des modèles (1) et (2). Ils correspondent tout simplement aux coefficients de corrélation de Pearson calculés entre la perturbation à la date t et la perturbation de la date précédente $t-1$. À titre d'exemple, $\rho = \frac{\text{Cov}\,(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1})}{\text{Var}\,\varepsilon_t}$.

Ces coefficients, comme tout coefficient de corrélation, prennent habituellement une valeur entre -1 et 1. Dans la situation présente, compte tenu des résultats des tests de Durbin-Watson menés à la question 6, on peut prévoir un intervalle probable de variation entre -1 et 0.

2. **Montrer que sous l'hypothèse H_0 les modèles (1) et (2) sont identiques. En déduire que sous cette hypothèse $\rho = \lambda$.**

La réponse à cette question est évidente. En effet, l'hypothèse H_0 est $\beta_3 = \beta_4 = 0$. Si cette hypothèse est vraie, le modèle (1) ne comporte donc plus que 2 variables explicatives, les variables X_1 et X_2, exactement comme le modèle (2). Les deux modèles sont alors identiques et il en est de même pour les perturbations associées. Si H_0 est vraie, on doit donc avoir $\varepsilon_t = \eta_t$ et en conséquence $\rho = \lambda$.

2. **On décide d'écrire les modèles (1) et (2) en quasi-différences. Ces nouveaux modèles seront notés $(\mathbf{1}^*)$ et $(\mathbf{2}^*)$.**

   a. **Quel est le principal intérêt de cette écriture ?**

Dans une situation caractérisée par une autocorrélation des perturbations d'ordre 1, l'écriture du modèle en quasi-différences permet de retrouver une situation où les erreurs sont sphériques. L'estimation par Moindres Carrés Ordinaires du modèle en quasi-différences peut alors être effectuée dans des conditions satisfaisant le théorème de Gauss-Markov.

b. Expliciter complètement le modèle (2^*) et exprimer les paramètres du modèle (2) en fonction de ceux du modèle (2^*).

Rappelons que le modèle (2) s'écrit :

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1t} + \alpha_2 X_{2t} + \eta_t$$

On suppose que les erreurs sont autocorrélées à l'ordre 1, et donc que $\eta_t = \lambda\eta_{t-1} + \nu_t$ où la perturbation ν_t est indépendante de η_t et sphérique.

Le modèle écrit en quasi-différences est :

$$Y_t - \lambda.Y_{t-1} = \alpha_0 - \lambda\alpha_0 + \alpha_1 X_{1t} - \lambda\alpha_1 X_{1t-1} + \alpha_2 X_{1t} - \lambda\alpha_2 X_{2t-1} + \eta_t - \lambda\eta_{t-1}$$

$$\Leftrightarrow \quad Y_t - \lambda.Y_{t-1} = \alpha_0(1-\lambda) + \alpha_1(X_{1t} - \lambda X_{1t-1}) + \alpha_2(X_{2t} - \lambda X_{2t-1}) + \nu_t$$

$$\Leftrightarrow \quad Y_t^* = \alpha_0^* + \alpha_1^* X_{1t}^* + \alpha_2^* X_{2t}^* + \nu_t \qquad (2^*)$$

où $\begin{cases} Y_t^* = Y_t - \lambda.Y_{t-1} \\ X_{1t}^* = X_{1t} - \lambda X_{1t-1}. \\ X_{2t}^* = X_{2t} - \lambda X_{2t-1} \end{cases}$

Il est simple d'exprimer les paramètres du modèle (2) en fonction de ceux du modèle (2^*). On aura de façon évidente : $\begin{cases} \alpha_0 = \frac{\alpha_0^*}{(1-\lambda)} \\ \alpha_1 = \alpha_1^* \\ \alpha_2 = \alpha_2^* \end{cases}$.

3. On estime par Moindres Carrés Ordinaires les modèles (1^*) et (2^*) en donnant aux paramètres ρ et λ des valeurs successives.

a. Nommer la méthode employée et en décrire rapidement le principe.

La méthode employée est celle du balayage de Hildreth-Lu. Le principe en est le suivant : on estime par Moindres Carrés Ordinaires le modèle en quasi-différences en donnant au coefficient d'autocorrélation des valeurs successives dans son intervalle probable de variation, valeurs séparées par un certain pas, fixé à-priori. Pour chaque estimation, on retient la valeur prise par la somme des carrés des résidus estimés. On choisira la valeur du coefficient d'autocorrélation correspondant à l'estimation ayant la plus faible somme des carrés des résidus estimés.

b. Les résultats de ces estimations sont présentés dans le tableau suivant :

ρ , λ	-0,2	-0,4	-0,6	-0,8
$\sum_{t=1}^{40} \hat{e}_t^2$	69,38	67,54	65,47	64,88
$\sum_{t=1}^{40} \hat{v}_t^2$	89,45	83,71	79,12	71,02

En choisissant toujours un seuil de 5%, tester l'hypothèse H_0 pour chacune des 4 valeurs des paramètres ρ et λ.

Pour rappel, l'hypothèse H_0, qui suppose que $\beta_3 = \beta_4 = 0$, a été testée lors de la question 4.d et nous avons rejeté cette hypothèse sur la base d'un test de Fisher de contraintes sur les coefficients du modèle (1). Néanmoins, ce résultat et sujet à caution car nous repéré une autocorrélation négative des perturbations dans les deux modèles, situation qui risque d'invalider la conclusion obtenue. Nous allons mettre à nouveau ce test en œuvre en utilisant, cette fois, les sommes des carrés des résidus estimés issus des estimations des modèles en quasi différences, transformation censée éliminer le problème d'autocorrélation. La valeur critique de la loi de Fisher considérée demeure égale à $f^*_{0,05} = 3{,}27$ et l'expression de la statistique en fonction des sommes des carrés des résidus vaut toujours : $f = \frac{\frac{SCR_C - SCR_{nc}}{dl_C - dl_{nc}}}{\frac{SCR_{nc}}{dl_{nc}}}$. Les degrés de liberté restent inchangés et égaux à : $dl_c = 37$ et $dl_{nc} = 35$.

c. Quelle valeur de ρ et λ retenez-vous ?

Comme nous l'avons précédemment précisé, la méthode du balayage consiste à retenir la valeur du coefficient d'autocorrélation associé à l'estimation du modèle en quasi-différences procurant la plus faible somme des carrés des résidus estimés, soit ici $\rho = \lambda = -0{,}8$.

4. Finalement, des deux modèles (1) et (2), lequel choisissez-vous ? Justifier votre réponse de façon précise.

Au final, on voit que pour cette valeur des coefficients d'autocorrélation, le test de l'hypothèse H_0 conduit prendre une décision inverse à celle prise antérieurement. On ne rejette pas l'hypothèse nulle et on considère donc que les deux contraintes sont pertinentes. Le modèle (2), qui intègre ces deux contraintes, est donc préférable au modèle initial (1).

Références

Comment citer ce cours ?

Introduction à l'économétrie, Olivier Baron, AUNEGe (http://aunege.fr), CC – BY NC ND (http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).