

Introduction à l'économétrie

Méthode des Moindres Carrés Ordinaires

Ce cours vous est proposé par Olivier Baron, Maître de conférences, Université de Bordeaux et par AUNEGe, l'Université Numérique en Économie Gestion.

Exercice

ÉNONCÉ DE L'EXERCICE

Soit le modèle (1) à quatre variables explicatives :

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + \varepsilon_t \quad (1)$$

On dispose de 40 observations temporelles sur la variable dépendante et les quatre variables explicatives. On supposera dans la première partie du problème que les hypothèses H_2 , H_3 et H_4 sont vérifiées.

Remarque

Cet exercice fait référence aux points abordés au cours de ce chapitre. Néanmoins il nécessite aussi l'utilisation de certains résultats présentés au cours des deux premiers chapitres.

CONSIGNE DE L'EXERCICE

PARTIE 1 :

L'estimation par les Moindres Carrés Ordinaires de la relation (1) fournit les résultats suivants :

<i>Variables</i>	$\hat{\beta}_j$	$\hat{\sigma}(\hat{\beta}_j)$
<i>Constante</i>	12,092	5,01
X_1	0,384	0,129
X_2	- 0,162	0,062
X_3	0,052	...
X_4	0,126	...

Malheureusement, le logiciel économétrique utilisé est incomplet et n'a pas été capable de calculer les deux derniers écart-types estimés. De plus, il ne fournit comme autres informations que :

$$\text{Var } Y = 12,19 \quad DW = 2,89 \quad \hat{\sigma} = 1,44$$

où $\hat{\sigma}$ désigne l'écart-type estimé de la perturbation.

Questions – Partie 1

1. En déduire les valeurs du coefficient de détermination (R^2) et du coefficient de détermination ajusté (\bar{R}^2) associés à cette estimation.
2. Montrer à l'aide des tests de Student que les coefficients β_0 , β_1 et β_2 sont significativement différents de zéro. Choisir un risque de première espèce égal à 5%.
3. Calculer la valeur de la statistique F et mener le test de significativité globale de la régression en choisissant le même risque de première espèce.
4. Désirant connaître l'influence éventuelle des deux dernières variables explicatives (X_3 et X_4) sur la variable dépendante, vous décidez d'estimer à partir des mêmes observations le modèle (2) suivant :

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1t} + \alpha_2 X_{2t} + \eta_t \quad (2)$$

Cette fois-ci, le logiciel, toujours aussi défaillant, ne fournit comme informations que :

$$\sum_{t=1}^{40} \hat{\eta}_t^2 = 93,75 \quad \text{et} \quad DW = 3,02$$

- a. Expliquer comment ces informations peuvent vous permettre de tester l'hypothèse nulle suivante :

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

- b. Écrire cette hypothèse sous la forme $C.\beta = q$ où C et q sont 2 matrices que vous explicitez.
- c. Mettre en œuvre ce test en choisissant toujours un risque de première espèce égal à 5%.
- d. Compte tenu de la décision prise à la question précédente, effectuer un choix entre les modèles (1) et (2).
5. L'échantillon initial comprenant 40 observations peut être scindé en deux sous-périodes comprenant respectivement 16 et 24 observations. On repère ces deux sous-périodes par les indices A et B . L'estimation du modèle (1) sur la première période fournit : $\sum_{t=1}^{16} \hat{\varepsilon}_{At}^2 = 21,32$. L'estimation du même modèle (1) sur la seconde période donne : $\sum_{t=17}^{40} \hat{\varepsilon}_{Bt}^2 = 27,95$.
- a. On veut tester la stabilité temporelle de la régression (1) sur les deux sous-périodes. Nommer la méthode permettant d'y parvenir.
- b. Préciser l'hypothèse nulle testée et l'hypothèse alternative.
- c. Construire la statistique pertinente pour réaliser ce test et le mettre en œuvre, en choisissant un risque de première espèce égal à 5%.
- d. Conclure
6. Tester l'hypothèse d'absence d'autocorrélation des perturbations dans les deux modèles. Vous préciserez le type d'autocorrélation que vous êtes en mesure de tester compte tenu des informations à votre disposition.
7. Ce dernier résultat a-t-il des conséquences sur la conclusion apportée à la question 4.d ?

PARTIE 2 :

1. On suppose à présent que :

$$\begin{cases} \varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + e_t \\ \eta_t = \lambda\eta_{t-1} + v_t \end{cases}$$

où les perturbations e_t et v_t sont des bruits blancs.

- a. Définir de façon précise les coefficients ρ et λ et donner leur intervalle probable de variation.
 - b. Montrer que sous l'hypothèse H_0 les modèles (1) et (2) sont identiques. En déduire que sous cette hypothèse $\rho = \lambda$.
2. On décide d'écrire les modèles (1) et (2) en quasi-différences. Ces nouveaux modèles seront notés (1*) et (2*).
- a. Quel est le principal intérêt de cette écriture ?
 - b. Expliciter complètement le modèle (2*) et exprimer les paramètres du modèle (2) en fonction de ceux du modèle (2*).
3. On estime par Moindres Carrés Ordinaires les modèles (1*) et (2*) en donnant aux paramètres ρ et λ des valeurs successives.
- a. Nommer la méthode employée et en décrire rapidement le principe.
 - b. Les résultats de ces estimations sont présentés dans le tableau suivant :

ρ, λ	-0,2	-0,4	-0,6	-0,8
$\sum_{t=1}^{40} \hat{e}_t^2$	69,38	67,54	65,47	64,88
$\sum_{t=1}^{40} \hat{v}_t^2$	89,45	83,71	79,12	71,02

En choisissant toujours un seuil de 5%, tester l'hypothèse H_0 pour chacune des 4 valeurs des paramètres ρ et λ .

- c. Quelle valeur de ρ et λ retenez-vous ?

4. Finalement, des deux modèles (1) et (2), lequel choisissez-vous ? Justifier votre réponse de façon précise.

Références

Comment citer ce cours ?

Introduction à l'économétrie, Olivier Baron, AUNEGe (<http://aunege.fr>), CC – BY NC ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).



Cette œuvre est mise à disposition dans le respect de la législation française protégeant le droit d'auteur, selon les termes du contrat de licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>). En cas de conflit entre la législation française et les termes de ce contrat de licence, la clause non conforme à la législation française est réputée non écrite. Si la clause constitue un élément déterminant de l'engagement des parties ou de l'une d'elles, sa nullité emporte celle du contrat de licence tout entier.