

# Introduction à l'économétrie

## Méthode des moindres carrés ordinaires en présence d'hétéroscédasticité ou d'autocorrélation des erreurs – Leçon 2 - Illustration

---

*Ce cours vous est proposé par Olivier Baron, Maître de conférences, Université de Bordeaux et par AUNEGe, l'Université Numérique en Économie Gestion.*

---

### Exemple d'application sur l'autocorrélation

On dispose de données annuelles concernant la consommation de viande de poulet aux Etats-Unis pour la période allant de 1960 à 1999, soit 40 observations. Dans le but d'expliquer les déterminants de la demande de ce type de viande, nous disposons aussi d'informations concernant le prix du poulet, le revenu disponible et le prix du bœuf sur la même période.

Nous cherchons à estimer la spécification linéaire suivante :

$$D_{\text{poulet}_t} = \beta_0 + \beta_1 \cdot P_{\text{poulet}_t} + \beta_2 \cdot P_{\text{boeuf}_t} + \beta_3 \cdot R_{\text{disp}_t} + \varepsilon_t \quad (1)$$

La demande de poulet dépend :

- Du prix du poulet : on s'attend à une influence négative du prix sur la demande ( $\beta_1 < 0$ ),
- Du prix du bœuf : on s'attend à une influence positive du prix sur la demande si le poulet et le bœuf sont des biens substituables ( $\beta_2 > 0$ ),
- Du revenu disponible : on s'attend à une influence positive du revenu sur la demande ( $\beta_3 > 0$ ).

L'estimation par MCO de la relation (1) fournit les résultats suivants :

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	27.59394	1.584458	17.41539	0.0000
P_POULET	-0.607160	0.157120	-3.864300	0.0004
P_BOEUF	0.092188	0.039883	2.311452	0.0266
Y_DISP	0.244860	0.011095	22.06862	0.0000

R-squared	0.990391	Mean dependent var	50.56725
Adjusted R-squared	0.989590	S.D. dependent var	19.53879
S.E. of regression	1.993549	Akaike info criterion	4.312350
Sum squared resid	143.0726	Schwarz criterion	4.481238
Log likelihood	-82.24700	Hannan-Quinn criter.	4.373414
F-statistic	1236.776	Durbin-Watson stat	0.897776
Prob(F-statistic)	0.000000		

Figure 1 : : estimation par MCO de la relation (1)-logiciel Eviews

Comme nous pouvons le voir, le modèle explique environ 99% de la variance de la variable dépendante ( $R^2 = 0.99$ ) et la statistique de Fisher prend une valeur très élevée ( $F \approx 1237$ ). Les coefficients sont tous significatifs au seuil de 5% (les *p-values* sont toutes inférieures à 0.05) et les signes sont cohérents avec ce que la théorie économique prédisait.

On s'interroge sur la **présence d'une autocorrélation des perturbations** dans ce modèle.

## Détection

### Étape 1

La première étape consiste à étudier le graphique des résidus estimés pour éventuellement y reconnaître une structure particulière. Le graphique est reproduit ci-dessous :

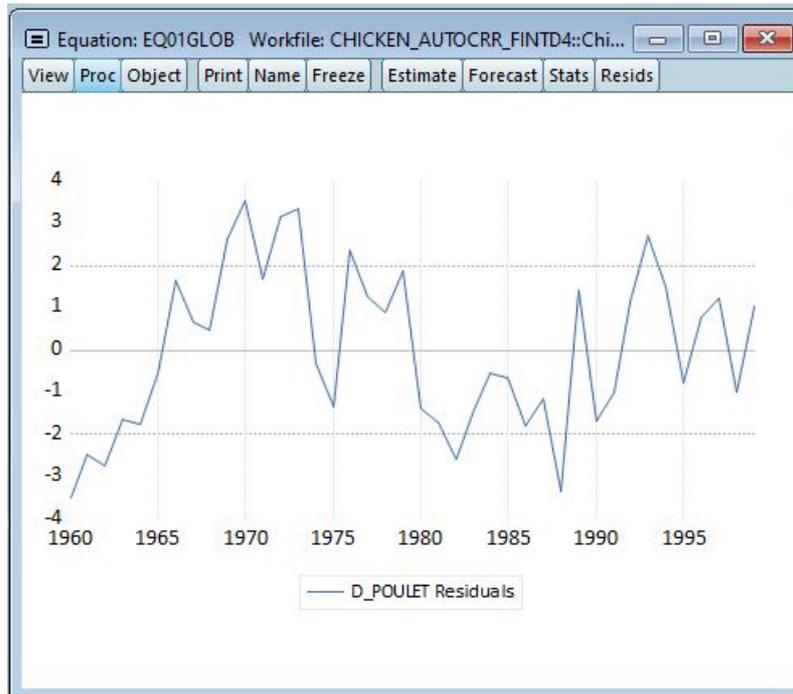


Figure 2 : graphique des résidus estimés-logiciel Eviews

Ce graphique suggère une certaine régularité au niveau des résidus estimés issus de cette estimation. Les résidus sont pendant plusieurs périodes négatifs, puis positifs pendant une dizaine d'années, et cette alternance semble perdurer. Ce schéma semblerait identifier une **situation d'autocorrélation positive des résidus**, et donc par probable ricochet **des perturbations**.

## Étape 2

Conjointement à l'observation graphique qui vient d'être menée, nous pouvons mettre en œuvre le **test de Geary** qui étudie la succession des séquences de résidus positifs et négatifs sur la période considérée. Le tableau des résidus estimés permet de mesurer ces séquences plus précisément que le graphique précédent. Il est reproduit ci-dessous :

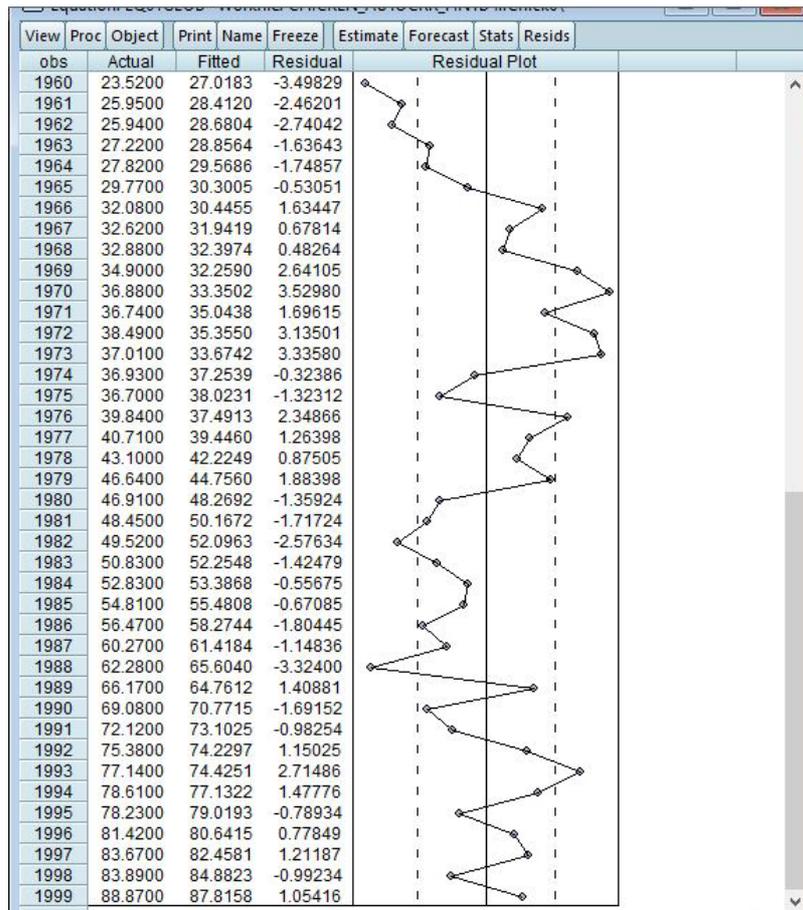


Figure 3 : tableau des résidus estimés-logiciel Eviews

Ce tableau permet d'identifier la suite de séquences suivante :

Séquence 1 (résidus négatifs) – longueur 6 (1960 – 1965)

Séquence 2 (résidus positifs) – longueur 8 (1966 – 1973)

Séquence 3 (résidus négatifs) – longueur 2 (1974 – 1975)

Séquence 4 (résidus positifs) – longueur 4 (1975 – 1979)

Séquence 5 (résidus négatifs) – longueur 9 (1980 – 1988)

Séquence 6 (résidus positifs) – longueur 1 (1989)

Séquence 7 (résidus négatifs) – longueur 2 (1990 – 1991)

Séquence 8 (résidus positifs) – longueur 3 (1992 - 1994)

Séquence 9 (résidus négatifs) – longueur 1 (1995)

Séquence 10 (résidus positifs) – longueur 2 (1996 - 1997)

Séquence 11 (résidus négatifs) – longueur 1 (1998)

Séquence 12 (résidus positifs) – longueur 1 (1999)

Posons  $n = n_1 + n_2$ , où  $n_1$  est le nombre de résidus négatifs et  $n_2$  le nombre de résidus positifs et soit  $S$  le nombre de séquences observées dans le graphique des résidus estimés. Dans l'exemple, on a  $n_1 = 21$ ,  $n_2 = 19$  et  $S = 12$ .

Sous l'hypothèse nulle selon laquelle les résidus successifs sont indépendants et dès lors que  $n_1 > 10$  et  $n_2 > 10$ , Geary montre que le nombre de séquences  $S$  est distribué normalement avec :

$$E(S) = \frac{2n_1n_2}{n} + 1 = 20,95$$
$$Var(S) = \sigma_S^2 = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n)}{n^2(n - 1)} = 9,69$$

Si l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation des perturbations est vraie, compte tenu des propriétés des distributions gaussiennes on doit donc s'attendre à ce que :

$$\text{Prob}\{E(S) - 1,96 \cdot \sigma_S < S < E(S) + 1,96 \cdot \sigma_S\} = 0,95$$

soit, dans le cas présent :

$$\text{Prob}\{14,85 < S < 27,05\} = 0,95$$

Cet intervalle ne contenant pas la valeur observée  $S = 12$ , on peut donc **conclure à une autocorrélation positive des perturbations** puisque le nombre de séquences est anormalement faible.

### Étape 3

L'hypothèse d'autocorrélation positive des perturbations va être confirmée par **le test de Durbin-Watson**. Rappelons que ce test permet uniquement de tester la présence d'une autocorrélation à l'ordre 1.

Pour mettre en œuvre ce test, il faut connaître les valeurs critiques des statistiques  $d_L$  et  $d_U$  qui encadrent la statistique  $DW$ . On choisira un risque de première espèce égal à 5%.

Pour le modèle étudié,  $n = 40$  et  $k' = k - 1 = 3$ . La table fournit :  $d_{L,0,05}^* = 1,338$  et  $d_{U,0,05}^* = 1,659$ .

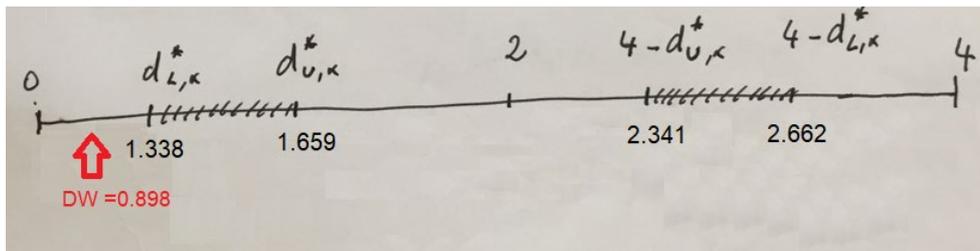


Figure 4 : schéma des valeurs critiques des statistiques  $d_L$  et  $d_U$

La statistique  $DW$  est inférieure à  $d_{L,0,05}^*$ , ce qui traduit une autocorrélation positive des résidus à l'ordre 1.

## Étape 4

Le test de Durbin-Watson ayant confirmé la présence d'une autocorrélation d'ordre 1, il est nécessaire de **rechercher la présence une éventuelle autocorrélation d'un ordre supérieur**. Le **test de Breusch-Godfrey** va nous permettre de prendre une décision quant à une éventuelle autocorrélation d'un ordre supérieur à 1.

### Remarque

En effet, en l'absence d'autocorrélation à l'ordre 1, il est peu probable qu'une autocorrélation d'un ordre supérieur soit présente dans le modèle.

Rappelons que ce test consiste à régresser les résidus issus de l'estimation sur une constante, l'ensemble des variables explicatives et les mêmes résidus décalés. La décision finale se prend en utilisant un test de Fisher de nullité des coefficients des résidus décalés ou bien en utilisant un test du multiplicateur de Lagrange (LM). L'estimation de l'équation intermédiaire en choisissant un décalage de 4 périodes est donnée ci-dessous :

Equation: EQ01GLOB Workfile: CHICKEN_AUTOCRR_FINTD...									
View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test									
Null hypothesis: No serial correlation at up to 4 lags									
F-statistic	3.764389	Prob. F(4,32)	0.0128						
Obs*R-squared	12.79927	Prob. Chi-Square(4)	0.0123						
Test Equation:									
Dependent Variable: RESID									
Method: Least Squares									
Date: 10/02/23 Time: 17:13									
Sample: 1960 1999									
Included observations: 40									
Presample missing value lagged residuals set to zero.									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	-1.271723	1.470031	-0.865100	0.3934					
P_POULET	0.177406	0.150571	1.178225	0.2474					
P_BOEUF	-0.032328	0.036097	-0.895582	0.3772					
Y_DISP	0.009513	0.010068	0.944835	0.3518					
RESID(-1)	0.494639	0.177042	2.793907	0.0087					
RESID(-2)	0.073427	0.197195	0.372356	0.7121					
RESID(-3)	0.215856	0.194431	1.110196	0.2752					
RESID(-4)	-0.131158	0.182388	-0.719116	0.4773					
R-squared	0.319982	Mean dependent var	1.41E-14						
Adjusted R-squared	0.171228	S.D. dependent var	1.915340						
S.E. of regression	1.743667	Akaike info criterion	4.126714						
Sum squared resid	97.29199	Schwarz criterion	4.464490						
Log likelihood	-74.53429	Hannan-Quinn criter.	4.248843						
F-statistic	2.151079	Durbin-Watson stat	1.727515						
Prob(F-statistic)	0.066190								

Figure 5 : estimation de l'équation intermédiaire avec décalage de 4 périodes -logiciel Eviews

L'hypothèse nulle testée ici est qu'il n'y a aucune autocorrélation des résidus jusqu'à l'ordre 4.

Le résultat du test se lit dans la partie supérieure de la fenêtre. Que l'on utilise le test de Fisher ou le test LM, on rejette l'hypothèse d'absence d'autocorrélation des résidus. La lecture de la partie inférieure de la fenêtre nous permet de voir que seul le résidu décalé d'une période est significatif, ce qui confirme la conclusion du test de Durbin-Watson et permet **d'éliminer l'hypothèse d'une autocorrélation d'un ordre supérieur à 1.**

## Correction de l'autocorrélation

On vient de voir que l'estimation (1) réalisée au point précédent était entachée d'un problème d'autocorrélation des perturbations à l'ordre 1 soit :

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t$$

où  $u_t$  est une perturbation sphérique non corrélée avec  $\varepsilon_t$ .

Si l'on suppose le coefficient d'autocorrélation  $\rho$  connu, on sait qu'une simple transformation du modèle (1) permet de se retrouver dans une situation décrite par les conditions d'application du théorème de Gauss-Markov : il suffit d'écrire le modèle initial en quasi-différences pour retrouver cette situation désirable. Dans le cas présent, ce modèle s'écrit :

$$\begin{aligned}
 D_{Poulet_t} - \rho D_{Poulet_{t-1}} &= \beta_0(1 - \rho) + \beta_1 \cdot (P_{Poulet_t} - \rho P_{Poulet_{t-1}}) + \beta_2 \cdot (P_{boeuf_t} - \rho P_{boeuf_{t-1}}) \\
 &\quad + \beta_3 \cdot (R_{disp_t} - \rho R_{disp_{t-1}}) + \varepsilon_t - \rho \varepsilon_{t-1} \\
 \Leftrightarrow D_{Poulet_t}^* &= \beta_0(1 - \rho) + \beta_1 \cdot P_{Poulet_t}^* + \beta_2 \cdot P_{boeuf_t}^* + \beta_3 \cdot R_{disp_t}^* + u_t \quad (2) \\
 \Leftrightarrow D_{Poulet_t}^* &= \beta_0^* + \beta_1^* \cdot P_{Poulet_t}^* + \beta_2^* \cdot P_{boeuf_t}^* + \beta_3^* \cdot R_{disp_t}^* + u_t
 \end{aligned}$$

$$\text{avec : } \begin{cases} D_{Poulet_t}^* = D_{Poulet_t} - \rho D_{Poulet_{t-1}} \\ P_{Poulet_t}^* = P_{Poulet_t} - \rho P_{Poulet_{t-1}} \\ P_{boeuf_t}^* = P_{boeuf_t} - \rho P_{boeuf_{t-1}} \\ R_{disp_t}^* = R_{disp_t} - \rho R_{disp_{t-1}} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \beta_0^* = \beta_0(1 - \rho) \\ \beta_1^* = \beta_1 \\ \beta_2^* = \beta_2 \\ \beta_3^* = \beta_3 \end{cases}$$

Les perturbations du modèle (2) sont sphériques et satisfont aux conditions de Gauss-Markov.

Malheureusement, le paramètre  $\rho$  est inconnu et doit donc être estimé. Plusieurs méthodes permettant d'estimer  $\rho$  ont été présentées.

### Estimation de $\rho$ par régression des résidus estimés du modèle initial $\hat{\varepsilon}_t$ sur leurs valeurs retardées $\hat{\varepsilon}_{t-1}$ :

$$\hat{\rho} = \frac{Cov(\hat{\varepsilon}_t, \hat{\varepsilon}_{t-1})}{Var \hat{\varepsilon}_t} = \frac{\sum_{i=2}^{40} \hat{\varepsilon}_i \cdot \hat{\varepsilon}_{i-1}}{\sum_{i=1}^{40} \hat{\varepsilon}_i^2}$$

Cette équation est appelée l'équation autorégressive. Son estimation dans le cadre du problème traité est :

Equation: AUTOREGRESS Workfile: CHICKEN\_AUTOCCR\_FINTD4::Chic... - □ X

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: EPSILON\_HAT  
 Method: Least Squares  
 Date: 10/03/23 Time: 13:25  
 Sample (adjusted): 1961 1999  
 Included observations: 39 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.103463	0.254879	0.405929	0.6871
EPSILON_HAT(-1)	0.509177	0.133592	3.811427	0.0005

R-squared	0.281929	Mean dependent var	0.089700
Adjusted R-squared	0.262522	S.D. dependent var	1.853310
S.E. of regression	1.591558	Akaike info criterion	3.817225
Sum squared resid	93.72313	Schwarz criterion	3.902535
Log likelihood	-72.43588	Hannan-Quinn criter.	3.847833
F-statistic	14.52697	Durbin-Watson stat	2.148377
Prob(F-statistic)	0.000506		

Figure 6 : équation autorégressive-logiciel Eviews

Comme on le voit, le coefficient estimé de  $\hat{\epsilon}_{t-1}$  (Epsilon\_hat) est largement significatif et vaut :

$$\hat{\rho} = 0,509$$

## Estimation de $\rho$ à partir de la statistique de Durbin-Watson

Par définition la statistique de Durbin-Watson,  $DW = \frac{\sum_{i=2}^{40} (\hat{\epsilon}_t - \hat{\epsilon}_{t-1})^2}{\sum_{i=1}^{40} \hat{\epsilon}_t^2}$ , et il est simple de montrer que cette statistique prend une valeur proche de la quantité  $2(1 - \hat{\rho})$  où  $\hat{\rho}$  est l'estimateur de  $\rho$  obtenu à partir de la régression des résidus  $\hat{\epsilon}_t$  sur leur valeur passée  $\hat{\epsilon}_{t-1}$  :

$$\hat{\rho} = \frac{Cov(\hat{\epsilon}_t, \hat{\epsilon}_{t-1})}{Var \hat{\epsilon}_t} = \frac{\sum_{i=2}^{40} \hat{\epsilon}_t \cdot \hat{\epsilon}_{t-1}}{\sum_{i=1}^{40} \hat{\epsilon}_t^2}$$

La statistique  $DW$  étant égale à 0,898, on en déduit la valeur de  $\hat{\rho}$  :

$$\hat{\rho} = 1 - \frac{DW}{2} = 0,551$$

## Méthode de Durbin

Cette méthode consiste à régresser la variable dépendante sur une constante, cette même variable décalée, les variables explicatives du modèle et leurs valeurs décalées. Puisque Durbin part du modèle en quasi-différences, les erreurs de cette relation sont sphériques. Le paramètre

estimé de la variable dépendante décalée fournit une estimation du coefficient d'autocorrélation. L'estimation du modèle de Durbin est donnée ci-dessous :

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	10.27246	2.853559	3.599876	0.0011
D_POULET(-1)	0.646482	0.090035	7.180366	0.0000
P_POULET	-0.093929	0.104052	-0.902711	0.3736
P_POULET(-1)	-0.103218	0.097005	-1.064043	0.2955
P_BOEUF	0.142360	0.037726	3.773506	0.0007
P_BOEUF(-1)	-0.106679	0.037660	-2.832658	0.0080
Y_DISP	-0.070892	0.099266	-0.714161	0.4805
Y_DISP(-1)	0.168203	0.100641	1.671320	0.1047

R-squared	0.997775	Mean dependent var	51.26077
Adjusted R-squared	0.997272	S.D. dependent var	19.28900
S.E. of regression	1.007379	Akaike info criterion	3.033263
Sum squared resid	31.45918	Schwarz criterion	3.374506
Log likelihood	-51.14862	Hannan-Quinn criter.	3.155698
F-statistic	1985.875	Durbin-Watson stat	2.440134
Prob(F-statistic)	0.000000		

Figure 7 : estimation du modèle de Durbin-logiciel Eviews

Comme nous pouvons le voir, le coefficient de la variable dépendante décalée ( $D_{Poulet_{t-1}}$ ) est largement significatif et son estimation aboutit à :

$$\hat{\rho} = 0,646$$

## Méthode de Cochrane-Orcutt

Comme nous l'avons déjà dit, cette méthode se présente sous la forme d'une procédure itérative, chaque étape produisant une meilleure estimation de  $\rho$  que la précédente.

Pour mettre en œuvre cette procédure itérative sous le logiciel Eviews, on construit un petit programme sous forme de boucle, de la façon suivante :

```

Program: COCHRAN_ORCUTT2 - (c:\users\baron\desktop\views m1_mai-2013\m1eco...
Run Print Save SaveAs Cut Copy Paste InsertTxt Find Replace Wrap+/- Encrypt
vector(20) rho
for !i=1 to 20
equation eq04.ls epsilon_hat c epsilon_hat(-1)
rho(!i)=eq04.@coefs(2)
equation eq05.ls d_poulet-d_poulet(-1)*eq04.@coefs(2) c p_poulet-p_poulet(-1)*eq04.@coefs(2)
p_boeuf-p_boeuf(-1)*eq04.@coefs(2) y_disp-y_disp(-1)*eq04.@coefs(2)
series epsilon_hat=d_poulet-(eq05.@coefs(1))/(1-eq04.@coefs(2))+p_poulet*eq05.@coefs(2)
+p_boeuf*eq05.@coefs(3)+y_disp*eq05.@coefs(4)
next

```

Figure 8 : programme de procédure itérative-logiciel Eviews

Les étapes du programme sont les suivantes :

1. Création d'un vecteur nommé Rho, comprenant 20 lignes, dans lequel on placera les estimations successives de  $\rho$ ,
2. Initialisation de la boucle. On prévoit ici de réaliser 20 itérations,
3. Estimation de l'équation autorégressive (eq04) pour obtenir une première estimation de  $\rho$ ,
4. Sauvegarde de la valeur de  $\hat{\rho}$  sur la première ligne du vecteur Rho,
5. Estimation de l'équation en quasi-différences (eq05) en utilisant la valeur de  $\hat{\rho}$  qui vient d'être obtenue,
6. À partir des coefficients estimés de l'équation en quasi-différences on recalcule les

$$\text{coefficients estimés du modèle initial } \begin{cases} \hat{\beta}_0 = \frac{\hat{\beta}_1^*}{(1-\hat{\rho})} \\ \hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_1^* \\ \hat{\beta}_2 = \hat{\beta}_2^* \\ \hat{\beta}_3 = \hat{\beta}_3^* \end{cases}, \text{ puis on utilise ces nouveaux coefficients}$$

estimés pour déterminer les nouveaux résidus estimés,

7. Fin de la boucle et retour au point n°3.

La mise en œuvre de cette série d'itérations conduit au vecteur Rho suivant :

RHO	
C1	
Last updated: 10/03/23 - 14:58	
R1	0.509177
R2	0.732350
R3	0.785479
R4	0.797476
R5	0.800326
R6	0.801019
R7	0.801188
R8	0.801230
R9	0.801240
R10	0.801243
R11	0.801243
R12	0.801243
R13	0.801243
R14	0.801243
R15	0.801243
R16	0.801243
R17	0.801243
R18	0.801243
R19	0.801243
R20	0.801243

Figure 9 : vecteur Rho-logiciel Eviews

A la première ligne du vecteur Rho, on retrouve la valeur de  $\hat{\rho}$  obtenue par la première méthode décrite ci-dessus, à savoir  $\hat{\rho} = 0,509$ . Comme prévu, on remarque que cette méthode produit des estimations successives de  $\hat{\rho}$  qui convergent à partir de la dixième itération. On obtient donc :

$$\hat{\rho} = 0,801$$

### Méthode du balayage de Hildreth-Lu

Cette méthode systématique consiste à donner au coefficient d'autocorrélation des valeurs successives dans son intervalle probable de variation, en choisissant un certain pas. Pour chacune d'entre elles, on estime le modèle en quasi-différences, et on retient la somme des carrés des résidus estimés. On choisira la valeur de  $\rho$  associée à l'équation ayant la plus faible somme des carrés des résidus. On peut ensuite affiner l'estimation en réduisant l'amplitude de l'intervalle et en choisissant un pas plus petit.

Comme dans le cas de la méthode précédente, nous allons construire un petit programme permettant de réaliser les estimations successives sous Eviews.

```

vector(100) som_car_res

lj=1

for !rho=0 to 0.99 step 0.01

equation eq{!j}.ls d_poulet-d_poulet(-1)*!rho c p_poulet-p_poulet(-1)*!rho
p_boeuf-p_boeuf(-1)*!rho y_disp-y_disp(-1)*!rho

som_car_res(!j)=eq{!j}.@ssr

lj=lj+1

next

```

Figure 10 : programme pour réaliser des estimations successives-logiciel Eviews

On peut décrire le programme de la façon suivante :

1. Création d'un vecteur nommé som\_car\_res contenant 100 lignes et à l'intérieur duquel nous irons placer la somme des carrés des résidus des estimations successives,
2. Initialisation du compteur qui identifiera les différentes lignes du vecteur précédent et les équations en quasi-différences associées,
3. Puisque nous avons vu que l'autocorrélation était positive, nous choisissons de faire varier  $\hat{\rho}$  entre 0 et 0,99 avec un pas égal à  $10^{-2}$ ,
4. Estimation pour chacune des valeurs de  $\hat{\rho}$  de l'équation en quasi-différences,
5. Sauvegarde de la somme des carrés des résidus associée à l'estimation précédente sur la ligne correspondante du vecteur som\_car\_res,
6. Incrémentation du compteur,
7. Valeur suivante de  $\hat{\rho}$ .

Les résultats de ces 100 estimations sont regroupés dans le vecteur qui a été créé à cet objet. Graphiquement on a :

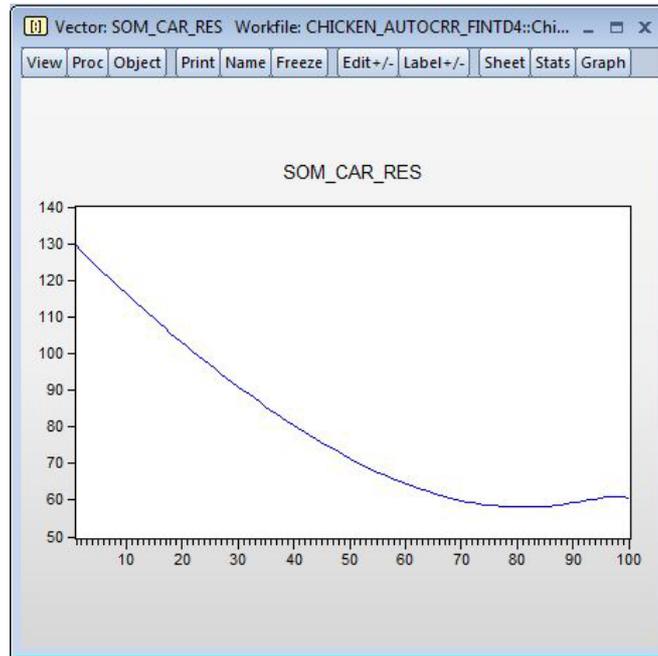


Figure 11 : graphique de la valeur de la somme des carrés des résidus-logiciel Eviews

On voit sur le graphique que la valeur de la somme des carrés des résidus décroît jusqu'à environ la ligne 80 du vecteur puis se met à croître jusqu'à la fin. On peut visualiser plus précisément cette évolution en zoomant sur la zone en question :

	C1
R71	59.56681
R72	59.28547
R73	59.03210
R74	58.80703
R75	58.61059
R76	58.44307
R77	58.30477
R78	58.19597
R79	58.11693
R80	58.06788
R81	58.04898
R82	58.06037
R83	58.10208
R84	58.17404
R85	58.27602
R86	58.40763
R87	58.56816
R88	58.75658
R89	58.97130
R90	59.21005
R91	59.46952
R92	59.74490
R93	60.02919
R94	60.31207
R95	60.57807
R96	60.80362

Figure 12 : zoom sur la zone de la ligne 80 du vecteur-logiciel Eviews

La somme des carrés des résidus atteint un minimum à la ligne 81 du vecteur de résultats.

Nous allons affiner cette estimation en faisant maintenant varier  $\hat{\rho}$  entre 0,7 et 0,9 avec un pas égal à  $10^{-3}$ , soit 200 valeurs successives. Le programme correspondant est fourni ci-dessous :

```
Program: HILDRETH_LU - (c:\users\baron\desktop\hildreth_... _ _ X
Run Print Save SaveAs Cut Copy Paste InsertTxt Find Replace Wrap+/-
vector(200) som_car_res2

lj=1
for !rho=0.7 to 0.9 step 0.001
equation eq{!j}.ls d_poulet-d_poulet(-1)*!rho c p_poulet-p_poulet(-1)*!rho
p_boeuf-p_boeuf(-1)*!rho y_disp-y_disp(-1)*!rho
som_car_res2{!j}=eq{!j}.@ssr
lj=lj+1
next
```

Figure 13 : programme pour affiner l'estimation-logiciel Eviews

Le graphique obtenu est le suivant :

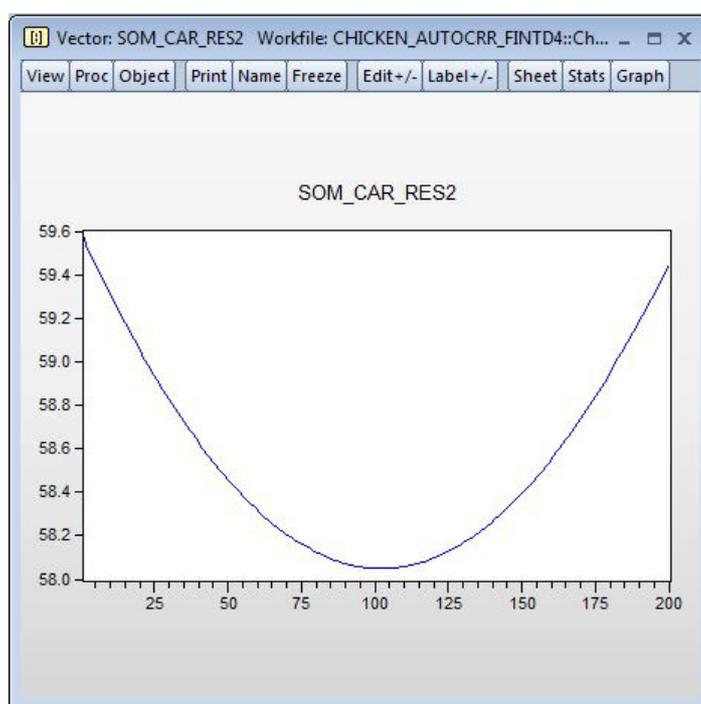


Figure 14 : nouveau graphique de la somme des carrés des résidus-logiciel Eviews

Clairement, la somme des carrés des résidus issus de l'estimation de l'équation en quasi-différences atteint un minimum autour de la centième ligne du vecteur.

Plus précisément, on a :

	C1
R92	58.06463
R93	58.06168
R94	58.05904
R95	58.05669
R96	58.05465
R97	58.05291
R98	58.05148
R99	58.05034
R100	58.04951
R101	58.04898
R102	58.04876
R103	58.04884
R104	58.04922
R105	58.04990
R106	58.05089
R107	58.05218
R108	58.05377
R109	58.05567
R110	58.05787
R111	58.06037
R112	58.06318
R113	58.06629
R114	

Figure 15 : zoom sur la zone de la ligne 100 du vecteur-logiciel Eviews

Le minimum est atteint à la ligne 102 du vecteur, ligne correspondant à l'équation en quasi-différences ayant le même numéro de compteur, soit :

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.679586	0.470710	9.941554	0.0000
P_POULET-P_POULET(-1)*0.801	-0.092959	0.102461	-0.907263	0.3705
P_BOEUF-P_BOEUF(-1)*0.801	0.089937	0.045239	1.988036	0.0547
Y_DISP-Y_DISP(-1)*0.801	0.243160	0.015520	15.66755	0.0000

R-squared	0.921453	Mean dependent var	11.54308
Adjusted R-squared	0.914721	S.D. dependent var	4.410016
S.E. of regression	1.287842	Akaike info criterion	3.440727
Sum squared resid	58.04876	Schwarz criterion	3.611349
Log likelihood	-63.09418	Hannan-Quinn criter.	3.501945
F-statistic	136.8646	Durbin-Watson stat	2.056311
Prob(F-statistic)	0.000000		

Figure 16 : l'équation en quasi-différences-logiciel Eviews

On lit immédiatement la valeur estimée du coefficient d'autocorrélation associé à cette équation et donc :

$$\hat{\rho} = 0,801$$

## Conclusion

Lorsqu'on étudie les estimations du coefficient d'autocorrélation réalisées par les cinq méthodes précédentes, on voit immédiatement que les deux dernières méthodes, plus complexes, fournissent la même valeur pour le coefficient d'autocorrélation estimé. On choisira donc  $\hat{\rho} = 0,801$ .

Les estimations correspondantes du modèle (2) sont données ci-dessous, avec pour rappel l'estimation initiale du modèle (1) :

### MODELE (1)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	27.59394	1.584458	17.41539	0.0000
P_POULET	-0.607160	0.157120	-3.864300	0.0004
P_BOEUF	0.092188	0.039883	2.311452	0.0266
Y_DISP	0.244860	0.011095	22.06862	0.0000

R-squared	0.990391	Mean dependent var	50.56725
Adjusted R-squared	0.989590	S.D. dependent var	19.53879
S.E. of regression	1.993549	Akaike info criterion	4.312350
Sum squared resid	143.0726	Schwarz criterion	4.481238
Log likelihood	-82.24700	Hannan-Quinn criter.	4.373414
F-statistic	1236.776	Durbin-Watson stat	0.897776
Prob(F-statistic)	0.000000		

### MODELE (2)

#### Méthode de Cochrane-Orcutt

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.674088	0.470563	9.932967	0.0000
P_POULET-P_POULET(-1)/EQ04@COE...	-0.092923	0.102451	-0.907001	0.3706
P_BOEUF-P_BOEUF(-1)/EQ04@COEFS(2)	0.089973	0.045242	1.988724	0.0546
Y_DISP-Y_DISP(-1)/EQ04@COEFS(2)	0.243143	0.015530	15.65681	0.0000

R-squared	0.921297	Mean dependent var	11.53101
Adjusted R-squared	0.914552	S.D. dependent var	4.435554
S.E. of regression	1.287842	Akaike info criterion	3.440727
Sum squared resid	58.04875	Schwarz criterion	3.611349
Log likelihood	-63.09417	Hannan-Quinn criter.	3.501944
F-statistic	136.5709	Durbin-Watson stat	2.056674
Prob(F-statistic)	0.000000		

#### Méthode de Hildreth-Lu

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.679586	0.470710	9.941554	0.0000
P_POULET-P_POULET(-1)/0.801	-0.092959	0.102461	-0.907263	0.3705
P_BOEUF-P_BOEUF(-1)/0.801	0.089937	0.045239	1.988036	0.0547
Y_DISP-Y_DISP(-1)/0.801	0.243160	0.015520	15.66755	0.0000

R-squared	0.921453	Mean dependent var	11.54308
Adjusted R-squared	0.914721	S.D. dependent var	4.410016
S.E. of regression	1.287842	Akaike info criterion	3.440727
Sum squared resid	58.04876	Schwarz criterion	3.611349
Log likelihood	-63.09418	Hannan-Quinn criter.	3.501945
F-statistic	136.8546	Durbin-Watson stat	2.056311
Prob(F-statistic)	0.000000		

Figure 17 : estimations correspondantes du modèle 2

La première remarque que nous pouvons faire est que l'autocorrélation est éliminée dans le modèle (2). La statistique  $DW$  prend une valeur très proche de 2, signe de la disparition de cette anomalie. Deuxièmement, les estimations du modèle en quasi-différences obtenues à l'aide des deux méthodes sont pratiquement identiques. Les différences marginales proviennent du fait que la valeur utilisée de  $\hat{\rho}$  sont légèrement différentes : avec la méthode de Cochrane-Orcutt, la valeur de  $\hat{\rho}$  utilisée, arrondie dans le texte à 0,801 est en fait sensiblement différente (0,801243...), alors qu'avec la méthode d'Hildreth-Lu nous nous sommes arrêtés à 3 chiffres après la virgule, pour évaluer l'estimation de  $\rho$ .

Enfin, et c'est l'essentiel, nous voyons que **les conclusions énoncées sur la base de l'estimation du modèle (1) sont erronées**. L'unique variable qui influence la demande de poulet aux Etats-Unis, sur la période considérée, est le revenu disponible. Les variables de prix sont non significatives, si l'on se fixe un risque de première espèce égal à 5%. On mesure donc bien l'impact de l'autocorrélation des perturbations sur l'estimation du modèle initial. Les tests de Student induisent des conclusions fausses concernant l'impact de ces variables explicatives sur la variable dépendante du modèle.

# Références

## Comment citer ce cours ?

Introduction à l'économétrie, Olivier Baron, AUNEGe (<http://aunega.fr>), CC – BY NC ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).



Cette œuvre est mise à disposition dans le respect de la législation française protégeant le droit d'auteur, selon les termes du contrat de licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>). En cas de conflit entre la législation française et les termes de ce contrat de licence, la clause non conforme à la législation française est réputée non écrite. Si la clause constitue un élément déterminant de l'engagement des parties ou de l'une d'elles, sa nullité emporte celle du contrat de licence tout entier.

## Table des illustrations

### Figures

Figure 1 : estimation par MCO de la relation (1)-logiciel Eviews.....	2
Figure 2 : graphique des résidus estimés-logiciel Eviews .....	3
Figure 3 : tableau des résidus estimés-logiciel Eviews.....	4
Figure 4 : schéma des valeurs critiques des statistiques $d_L$ et $d_U$ .....	6
Figure 5 : estimation de l'équation intermédiaire avec décalage de 4 périodes -logiciel Eviews	7
Figure 6 : équation autorégressive-logiciel Eviews .....	9
Figure 7 : estimation du modèle de Durbin-logiciel Eviews.....	10
Figure 8 : programme de procédure itérative-logiciel Eviews.....	11
Figure 9 : vecteur Rho-logiciel Eviews .....	12
Figure 10 : programme pour réaliser des estimations successives-logiciel Eviews.....	13
Figure 11 : graphique de la valeur de la somme des carrés des résidus-logiciel Eviews.....	14

Figure 12 : zoom sur la zone de la ligne 80 du vecteur-logiciel Eviews .....	14
Figure 13 : programme pour affiner l'estimation-logiciel Eviews.....	15
Figure 14 : nouveau graphique de la somme des carrés des résidus-logiciel Eviews .....	15
Figure 15 : zoom sur la zone de la ligne 100 du vecteur-logiciel Eviews .....	16
Figure 16 : l'équation en quasi-différences-logiciel Eviews.....	16
Figure 17 : estimations correspondantes du modèle 2.....	17