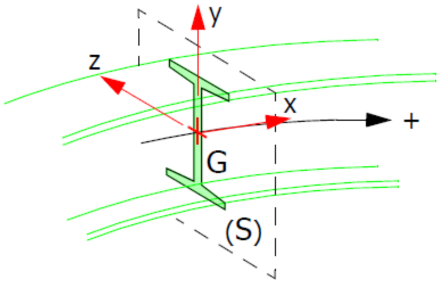
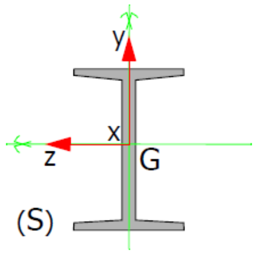
LA FLEXION DEVIEE

Rappels

Pour définir les éléments de réduction du torseur des efforts intérieurs, on se place dans un système de coordonnées local (G,x,y,z) défini de la manière suivante :

- G est le centre géométrique de la section.
- $\vec{x}$ est tangent en G à la ligne moyenne dirigé dans le sens positif,
- $\vec{y}$ et $\vec{z}$ sont les directions principales de la section droite (S).



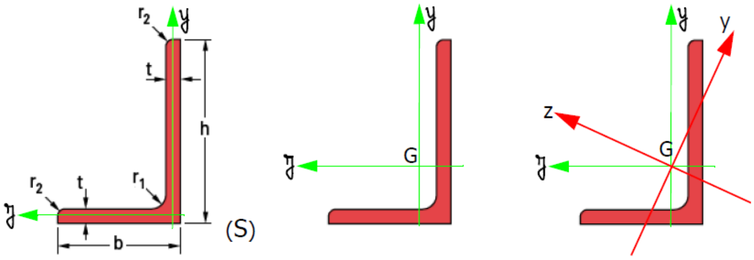


Détermination des directions principales

- quand la section possède un axe de symétrie, G est sur cet axe et l'axe de symétrie définit une direction principale.
- Sinon, on recherche les axes principaux de la section.

Exemple d'une cornière à ailes inégales:

Dans des axes arbitrairement choisis, on cherche les coordonnées de G.



On calcule ensuite dans ces axes centrés en G la matrice des moments quadratiques: Les directions (y ,z) recherchées sont les directions principales de cette matrice.

$$\begin{bmatrix} \iint_{(S)} z^2 dS & -\iint_{(S)} yz\, dS \\ -\iint_{(S)} yz\, dS & \iint_{(S)} y^2 dS \end{bmatrix}$$

dS élément surfacique.

Les valeurs propres sont les moments quadratiques principaux:

Principaux résultats

Une poutre, ou un tronçon de poutre, est sollicitée en flexion déviée dès que le torseur des efforts intérieurs se présente sous la forme suivante :

$$\{T_{coh}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ T_y & Mf_y \\ T_z & Mf_z \end{Bmatrix}_G$$

Le moment résultant est: $\overrightarrow{M_G} = Mf_y.\vec{y} + Mf_z.\vec{z}$

Les contraintes normales résultent de la superposition de deux sollicitations de flexion simple.

Pour la flexion autour de z: $\sigma_x = -\frac{Mf_z}{I_z}.y$

Pour la flexion autour de y: $\sigma_x = \frac{Mf_y}{I_y}.z$

$$\sigma_x = -\frac{Mf_z}{I_z}.y + \frac{Mf_y}{I_y}.z$$

On peut alors déduire le lieu des contraintes nulles $\sigma_x=0$ appelé axe neutre.

$$-\frac{Mf_z}{I_z}.y + \frac{Mf_y}{I_y}.z = 0$$

La contrainte est proportionnelle à la distance à l'axe neutre. L'équation montre que l'axe neutre n'est en général pas confondu avec la ligne d'action du vecteur moment résultant $\overrightarrow{M_G}$.

La ligne d'action du moment fléchissant et l'axe neutre ne coïncident donc que lorsque $\overrightarrow{M_G}$. est dirigé suivant une direction principale de la section.

<u>Remarque</u> : dans le cas d'une section circulaire, tous les axes de la section passant par G son des axes principaux de la section. On peut donc calculer le moment résultant $Mf=\sqrt{Mf_y^{\ 2}+Mf_z^{\ 2}}$, le moment quadratique de la section étant égal à $I=I_y=I_z$.
On se ramène alors au cas d'une sollicitation de flexion simple autour de l'axe GZ du moment résultant avec :

$$\sigma_x = -\frac{\sqrt{Mf_y^{\ 2}+Mf_z^{\ 2}}}{I_Z}.Y$$

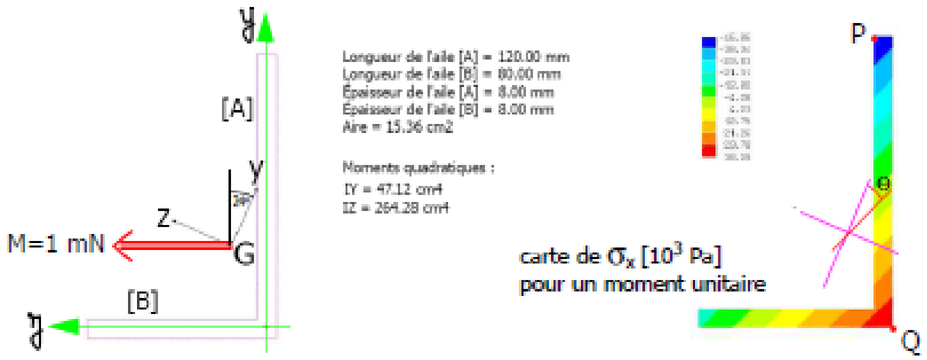
La déformation de la poutre est caractérisée par un vecteur dont les composantes sont :

$$\frac{d\theta_z}{dx} = \frac{Mf_z}{E.I_{Gz}} \quad \text{et} \quad \frac{d\theta_y}{dx} = \frac{-Mf_y}{E.I_{Gz}}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{M_G}$ et $\overrightarrow{d\theta}$ n'ont pas, comme dans la flexion pure la même direction ; cette remarque justifie le nom de flexion déviée.

Exemple de la cornière

Soit par exemple une cornière à ailes inégales soumise à un moment M unitaire (voir figure):



Pour M unitaire, les composantes M_y et M_z se calculent dans les axes principaux:

$$My = -\sin(24).1 = -0.406 \text{ et } Mz = \cos(24).1 = 0.914$$

Pour M unitaire, la contrainte s'écrit:

$$\sigma_x = -\frac{Mf_z}{I_z}.y + \frac{Mf_y}{I_y}.z = -(0.346.y + 0.862.z)10^6 Pa$$

Les valeurs extrêmes sont atteintes en P et en Q (voir figure).

Les isovaleurs sont inclinées de Θ par rapport à $\vec{y}$: $\tan\theta = \frac{0,346}{0,862} = 0,401$ d'où $\theta = 21,8°$