Eléments de correction – Siège de métro

Objectif : Mobiliser ses connaissances pour résoudre un problème de RDM

PRESENTATION

Lors de la conception des nouvelles voitures de métro, une nouvelle ergonomie de la poutre de maintien des banquettes a été proposée afin de faciliter le stockage des bagages en dessous.

Données :

La poutre est juste fixée sur la paroi de la voiture

Elle est en acier avec une limite élastique Re=235Mpa et un module d'élasticité E=210000MPa

La charge considérée est celle du poids moyen de 4 passagers de 50kg répartie uniformément sur toute la longueur L. Sa longueur est L=1m

La section de la poutre est carrée et tubulaire de coté a=120mm et d'épaisseur e=3mm

Le cahier des charges fixe un coefficient de sécurité C_s=4

Le déplacement maximal de la poutre ne doit pas dépasser 1/100ème de sa longueur

Question 1 : Proposer une modélisation du problème posé

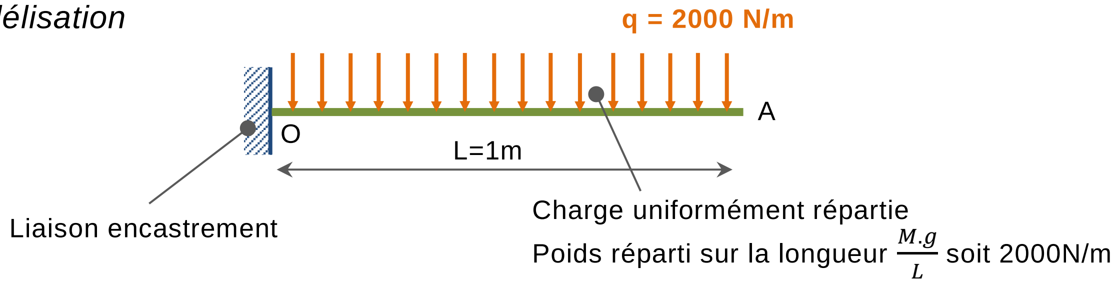
Question 2 : Déterminer les actions de liaison

Question 3 : Déterminer les efforts intérieurs le long de la poutre. Déduire la section la plus sollicitée

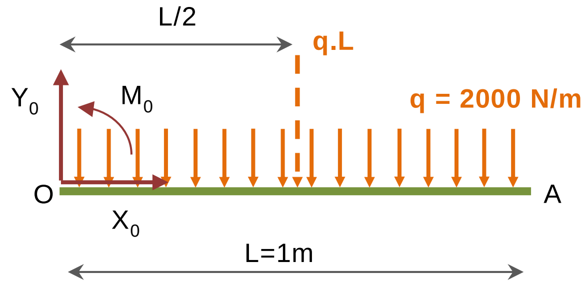
Question 4 : Calculer la contrainte maximale dans la section la plus sollicitée ainsi que le déplacement maximal.

Question 5 : Conclure sur le respect du cahier des charges, discuter des hypothèses formulées et proposer un profil plus adapté

Modélisation



Actions de liaison



On isole la poutre
Bilan des actions mécaniques sur la figure

$$\sum \overrightarrow{F_{ext \to (S)}} = \vec{0} \qquad /x : X_0 = 0$$

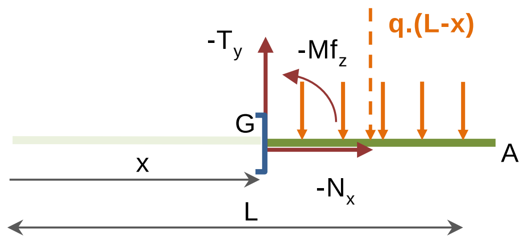
$$\sum \overrightarrow{F_{ext \to (S)}} = \vec{0} \qquad /y : Y_0 - q.L = 0$$

$$\sum \overrightarrow{M_{Oext \to (S)}} = \vec{0} \qquad /z : M_0 - q.L.(L/2) = 0$$

$$X_0 = 0$$
$$Y_0 = q.L = 2000\ N$$
$$M_0 = q.\frac{L^2}{2} = 1000\ N.m$$

Efforts intérieurs

Une seule zone (OA) – Il est préférable ici d'isoler la partie droite



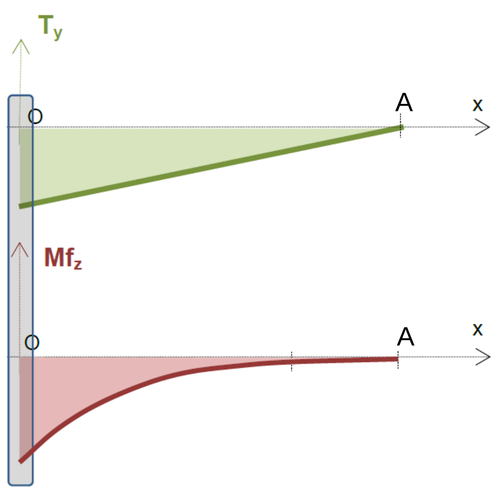
L'équilibre conduit aux efforts intérieurs

$$N_x = 0$$
$$T_y = -q.(L-x)$$
$$Mf_z = -q.\frac{(L-x)^2}{2}$$

Les diagrammes ou les équations obtenues permettent :
1/ d'identifier la nature de la sollicitation : ici flexion simple
2/ d'identifier la section droite la plus sollicitée : ici la section à l'encastrement O

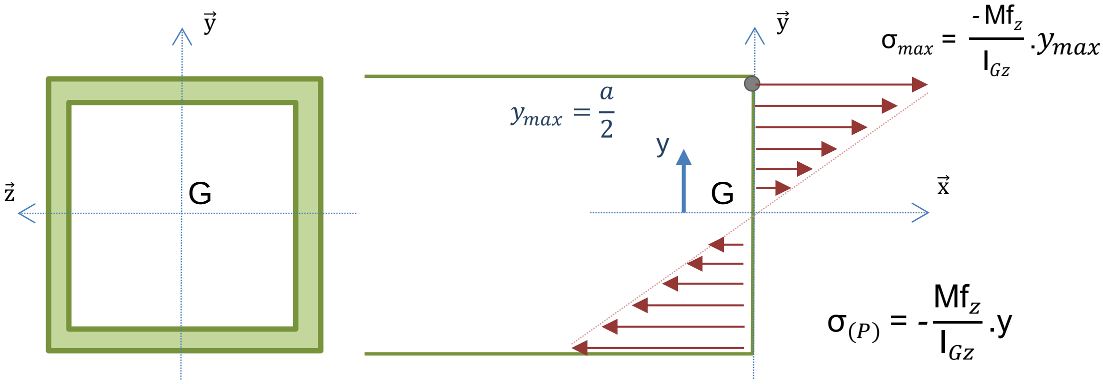
$$T_y(0) = -q.L = -2000\ N$$
$$Mf_z(0) = -q.\frac{L^2}{2} = -1000\ N.m$$

<u>Remarque</u> : pour la suite, on néglige l'effet de l'effort tranchant



Contraintes

Dans la section au point O, la répartition des contraintes est la suivante



$$I_{Gz} = \frac{a^4}{12} - \frac{(a-2e)^4}{12} = \frac{2.e.a^3}{3}$$

En linéarisant au premier ordre sachant que $e \ll a$

$$I_{Gz} = 3{,}45.10^6\ mm^4$$

$$\sigma_{max} = \frac{-Mf_z}{I_{Gz}}.y_{max} = \frac{10^6}{3{,}45.10^6}.60 = 17{,}40\ MPa$$

On peut déterminer la contrainte de cisaillement moyenne due à l'effort tranchant pour vérifier l'hypothèse posée précédemment

$$\tau_{moy} = \frac{T_y}{S} = \frac{-2000}{4.e.a} = \frac{-2000}{4*3*120} = -1{,}4\ MPa$$

<u>Remarque</u> : on vérifie bien que la contrainte tangentielle peut être négligée par rapport à la contrainte normale

Déplacements

Il faut intégrer les équations donnant v''(x)

$$E.I_{Gz}.v'' = Mf_z = -q.\frac{(L-x)^2}{2} = -\frac{q.L^2}{2} + q.L.x - \frac{q.x^2}{2}$$

$$E.I_{Gz}.v' = -\frac{q.L^2}{2}.x + q.L.\frac{x^2}{2} - q.\frac{x^3}{6} + C_1$$

$$E.I_{Gz}.v = -\frac{q.L^2}{2}.\frac{x^2}{2} + q.L.\frac{x^3}{6} - q.\frac{x^4}{24} + C_1.x + C_2$$

Les conditions aux limites au niveau de l'encastrement peuvent s'écrire v(0)=0 et v'(0)=0 d'où $C_1 = C_2 = 0$

$$E.I_{Gz}.v(x) = -\frac{q.L^2}{2}.\frac{x^2}{2} + q.L.\frac{x^3}{6} - q.\frac{x^4}{24}$$

En remplaçant x=L, on obtient le déplacement maximal au point A

$$v_{max} = \frac{q.L^4}{8.E.I_{Gz}} = \frac{2.10^3}{8*2{,}1.10^{11}*3{,}45.10^{-6}} = 0{,}34\ mm$$

Critères

Critère de résistance

On vérifie

$$\sigma_{max} = 17{,}40\ MPa \leq \frac{Re}{Cs} = 58{,}75\ MPa$$

Le critère de résistance est vérifié

Critère de rigidité

On vérifie

$$v_{max} = 0{,}34\ mm \leq \frac{L}{100} = 10\ mm$$

Le critère de rigidité est vérifié

Remarque : dans la réalité, on voit sur la photo que la poutre n'est pas à section constante mais a été renforcée au niveau de l'encastrement