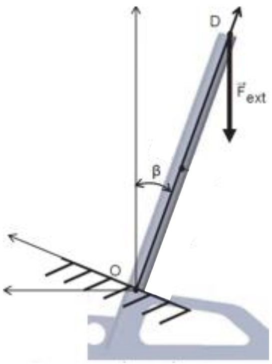
Eléments de correction – Epontille de catamaran

Objectif : Mobiliser ses connaissances pour résoudre un problème de RDM

PRESENTATION

Le catamaran est soumis à des rafales de vent qui provoquent un effort sur le toit tendant à le plaquer sur la mer. Cet effort est repris par la structure via les 4 épontilles. L'étude concerne la tenue en charge de l'épontille inclinée



Données :
L'épontille est soudée au point O à la nacelle
Le vent et le poids exerce au point D une force verticale F=1250N
L'angle d'inclinaison de l'épontille est β=20°
L'épontille est en aliage d'aluminium de limite élastique Re=240Mpa et de module d'Young E=70000MPa
L'épontille est un tube creux de diamètre extérieur D=100mm d'épaisseur e=2mm et de longueur L=1,6m
Le cahier des charges fixe un coefficient de sécurité C_s=3 pour le critère de résistance et fixe un déplacement maximale à 5cm.

Question 1 : Proposer une modélisation du problème posé

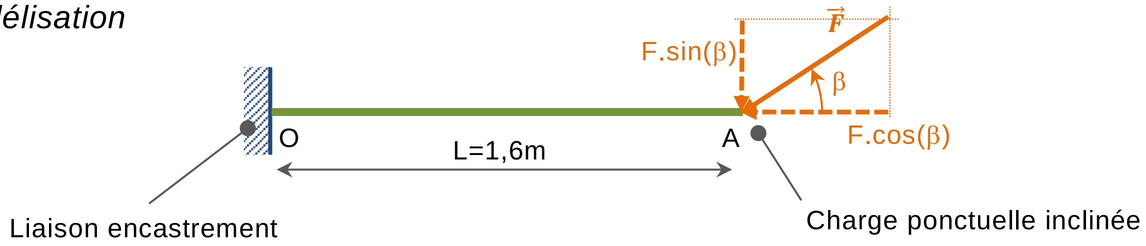
Question 2 : Déterminer les actions de liaison

Question 3 : Déterminer les efforts intérieurs le long de la poutre. Déduire la section la plus sollicitée

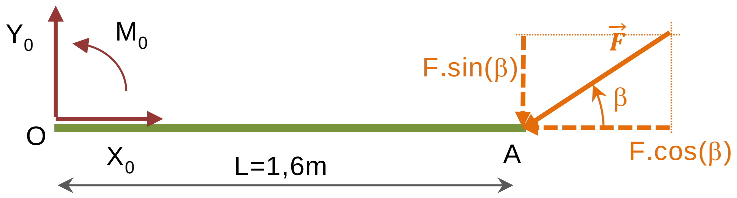
Question 4 : Calculer la contrainte maximale dans la section la plus sollicitée ainsi que le déplacement maximal.

Question 5 : Conclure sur le respect du cahier des charges et discuter des hypothèses formulées

Modélisation



Actions de liaison



On isole la poutre
Bilan des actions mécaniques sur la figure

$$\sum \overrightarrow{F_{ext\to(S)}} = \vec{0} \qquad /x : X_0 - F.\cos(\beta) = 0$$

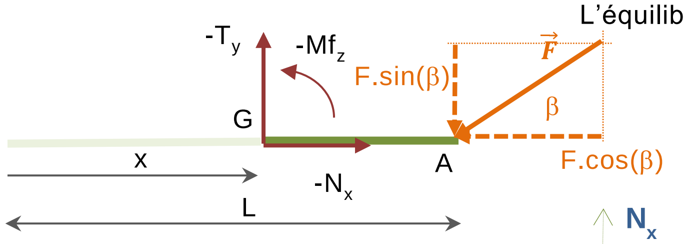
$$\sum \overrightarrow{F_{ext\to(S)}} = \vec{0} \qquad /y : Y_0 - F.\sin(\beta) = 0$$

$$\sum \overrightarrow{M_{Oext\to(S)}} = \vec{0} \qquad /z : M_0 - F.\sin(\beta).L = 0$$

$$X_0 = F.\cos(\beta)$$
$$Y_0 = F.\sin(\beta)$$
$$M_0 = F.\sin(\beta).L$$

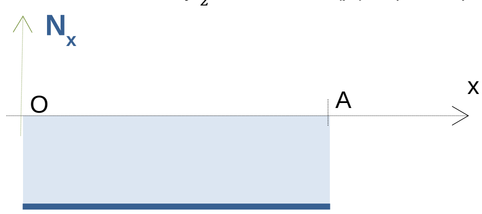
Efforts intérieurs

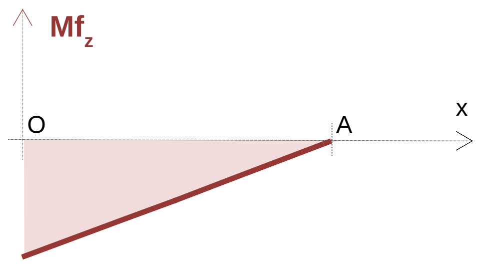
Une seule zone (OA) – Il est préférable ici d'isoler la partie droite



L'équilibre conduit aux efforts intérieurs

$$N_x = -F.\cos(\beta)$$
$$T_y = -F.\sin(\beta)$$
$$Mf_z = -F.\sin(\beta).(L - x)$$



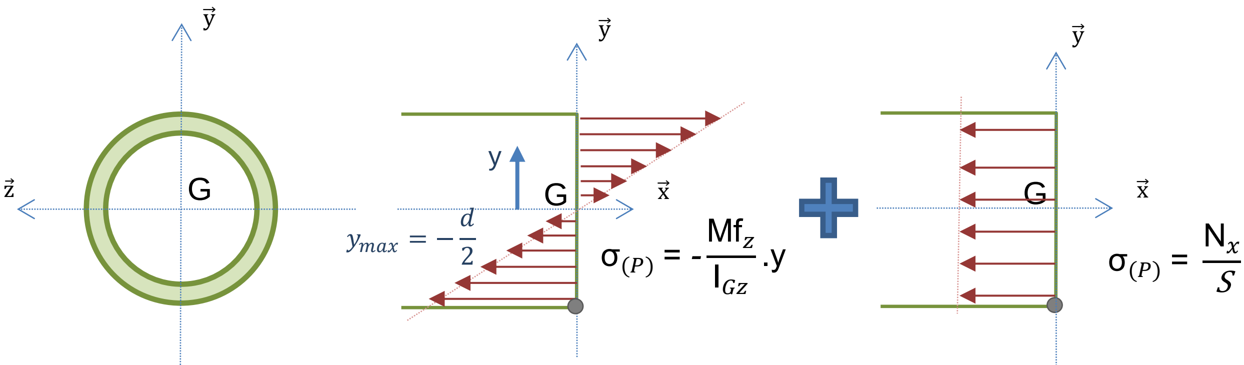


Les diagrammes ou les équations obtenues permettent :
1/ d'identifier la nature de la sollicitation : ici flexion simple + traction/compression
2/ d'identifier la section droite la plus sollicitée : ici la section à l'encastrement O

$$N_x(0) = -F.\cos(\beta) = -1175\ N.m$$
$$T_y(0) = -F.\sin(\beta) = -428\ N.m$$
$$Mf_z(0) = -F.L.\sin(\beta) = -684\ N.m$$

Contraintes

Dans la section au point O, la répartition des contraintes est la suivante



$$I_{Gz} = \frac{\pi.d^4}{64} - \frac{\pi.(d-2e)^4}{64}$$

$$I_{Gz} = \frac{\pi.(100^4 - 96^4)}{64} = 740.10^3\ mm^4$$

$$S = \frac{\pi.d^2}{4} - \frac{\pi.(d-2e)^2}{4} = 615\ mm^2$$

La contrainte normale est maximale au point P (les contraintes de flexion et de compression s'additionnent)

$$|\sigma_{fmax}| = \frac{684.10^3}{740.10^3}.50 \qquad |\sigma_t| = \frac{1175}{615}$$

$$|\sigma_{fmax}| = 46{,}2\ MPa \qquad |\sigma_t| = 1{,}91\ MPa$$

La contrainte normale maximale est donc :

$$|\sigma_{max}| = 48{,}2\ MPa$$

On peut déterminer la contrainte de cisaillement moyenne due à l'effort tranchant pour vérifier l'hypothèse posée précédemment

$$\tau_{moy} = \frac{T_y}{S} = \frac{-428}{615} = 0{,}7\ MPa$$

<u>Remarque</u> : on vérifie bien que la contrainte tangentielle peut être négligée par rapport à la contrainte normale

Déplacements

La sollicitation étant une sollicitation de Flexion simple / Compression. Les déplacements maximum sont au point A, extrémités de la poutre. Avec 2 composantes, une composante u due à la compression et une composante v due à la flexion simple.

Pour la sollicitation de compression,

$$u_{(A)} = \frac{N_x.L}{E.S} = \frac{1175 * 1{,}6.10^3}{7.10^4.615} = 0{,}044\ mm$$

Pour la sollicitation de flexion,il faut intégrer les équations donnant v''(x)

$$E.I_{Gz}.v'' = Mf_z = -F.\sin(\beta).(L-x) = -F.\sin(\beta).L + F.\sin(\beta).x$$

$$E.I_{Gz}.v' = -F.\sin(\beta).L.x + F.\sin(\beta).\frac{x^2}{2} + C_1$$

$$E.I_{Gz}.v = -F.\sin(\beta).L.\frac{x^2}{2} + F.\sin(\beta).\frac{x^3}{6} + C_1.x + C_2$$

Les conditions aux limites au niveau de l'encastrement peuvent s'écrire v(0)=0 et v'(0)=0 d'où $C_1 = C_2 = 0$

$$v_{(A)} = \frac{F.\sin(\beta).L^3}{E.I_{Gz}} = \frac{478 * (1{,}6.10^3)^3}{7.10^4 * 740.10^3} = 38{,}8\ mm$$

Critères

<u>Critère de résistance</u>

On vérifie

$$\sigma_{max} = 48{,}20\ MPa \leq \frac{Re}{Cs} = 80\ MPa$$

Le critère de résistance est vérifié

<u>Critère de rigidité</u>

On vérifie

$$v_{max} = 38{,}8\ mm \leq 50\ mm$$

Le critère de rigidité est vérifié

<u>Remarque</u> : dans la réalité, on voit sur la photo que la poutre n'est pas à section constante mais a été renforcée au niveau de l'encastrement