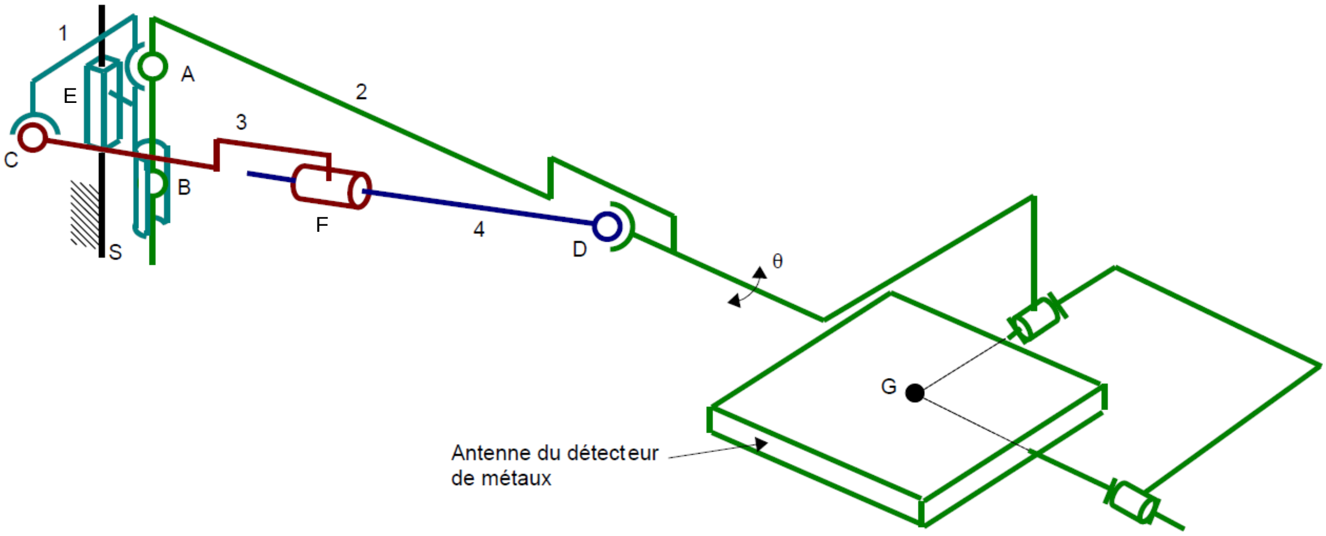
# Thème : Fermeture géométrique
# Support : système de positionnement de radar

On donne ci-dessous le schéma d'architecture de la solution retenue ainsi qu'un extrait du cahier des charges fonctionnel.

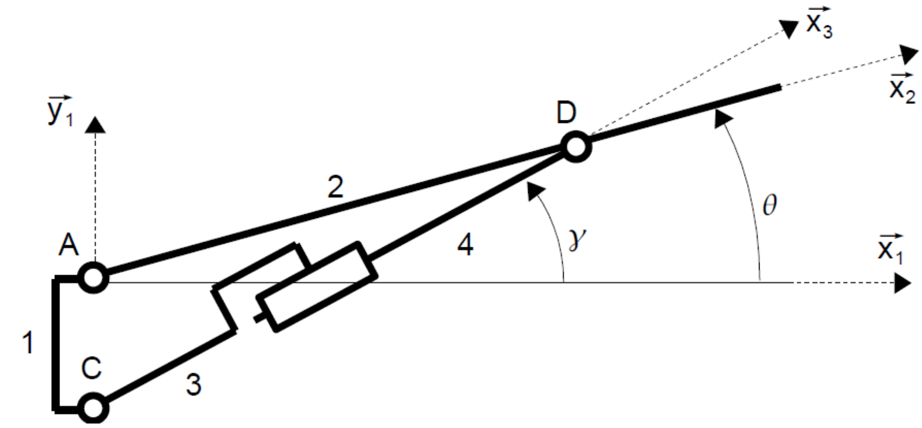



- Le repère R$_0$(O, $\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$) lié au sol est supposé fixe.
- Le repère R$_2$(A, $\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2$) est liée au bras 2 du positionneur de radar. La position du bras 2 par rapport à la voiture est paramétrée par l'angle $\theta$.

*Objectif : Etablir les relations entre les différents paramètres cinématiques du système.*

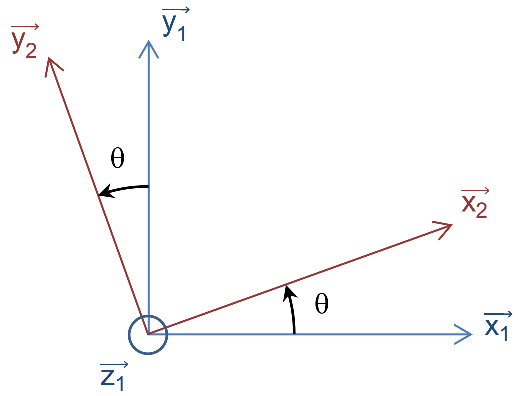
On se place dans le cas d'une modélisation plane et on adopte les notations suivantes :

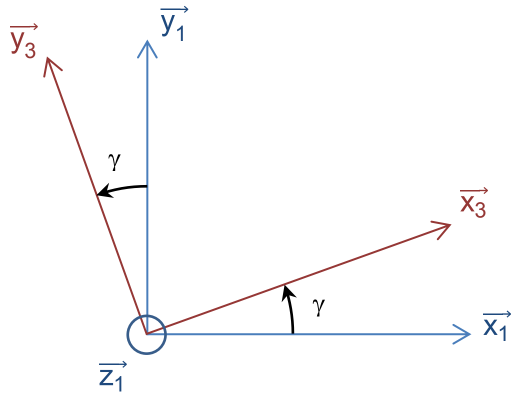
$$\overrightarrow{CD}.\vec{x}_3 = x$$
$$\overrightarrow{AC}.\vec{y}_1 = -d$$
$$\overrightarrow{AD}.\vec{x}_2 = \lambda$$




On donne $d = 230$ mm et $\lambda = 710$ mm.

## ETAPE 1 : on effectue les figures planes de paramétrage



ETAPE 2 : on écrit la relation de Chasles en utilisant les vecteurs donnés dans le sujet

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$ (fermeture géométrique)

ETAPE 3 : on écrit la relation en fonction des paramètres et des vecteurs de base

$\lambda.\overrightarrow{x_2} = -d.\overrightarrow{y_1} + x.\overrightarrow{x_3}$

ETAPE 4 : on projette la relation vectorielle sur deux axes (bien choisis)

Sur $\overrightarrow{x_1}$ : $\lambda.\cos\theta = 0 + x.\cos\gamma$

Sur $\overrightarrow{y_1}$ : $\lambda.\sin\theta = -d + x.\sin\gamma$

ETAPE 5 : Suivant les relations cherchées, on élimine un paramètre dans les relations

Pour éliminer un paramètre angulaire (par exemple ici $\gamma$)

- On isole (x.cos$\gamma$ ) et (x.sin$\gamma$ )

$x.\cos\gamma = \lambda.\cos\theta$

$x.\sin\gamma = d + \lambda.\sin\theta$

- On élève les expressions au carré

$(x.\cos\gamma)^2 = (\lambda.\cos\theta)^2$

$(x.\sin\gamma)^2 = (d + \lambda.\sin\theta)^2$

- On effectue la somme entre les deux expressions membre à membre

$(x.\cos\gamma)^2 + (x.\sin\gamma)^2 = (\lambda.\cos\theta)^2 + (d + \lambda.\sin\theta)^2$

- En développant, $\gamma$ disparaît et il reste x en fonction de $\theta$

$(x)^2 = (\lambda.\cos\theta)^2 + (d + \lambda.\sin\theta)^2 = (\lambda)^2 + (d)^2 + 2\lambda d.\sin\theta$

$x = \sqrt{\lambda^2 + d^2 + 2\lambda d.\sin\theta}$ $\lambda$ et d étant connus, on obtient x en fonction de $\theta$.

Pour éliminer un paramètre de distance (par exemple ici x)

- On isole (x.cos$\gamma$ ) et (x.sin$\gamma$ )

$x.\cos\gamma = \lambda.\cos\theta$

$x.\sin\gamma = d + \lambda.\sin\theta$

- On effectue le quotient des deux expressions

$$\frac{x.\sin\gamma}{x.\cos\gamma} = \frac{d + \lambda.\sin\theta}{\lambda.\cos\theta}$$

- En développant, x disparaît et il reste $\gamma$ en fonction de $\theta$

$$\mathrm{tg}\gamma = \frac{d + \lambda.\sin\theta}{\lambda.\cos\theta}$$