Décharge et Charge d'un condensateur

- Utiliser la caractéristique d'un condensateur pour trouver une équation différentielle décrivant un circuit contenant un condensateur
- Tracer la courbe de décharge et de décharge d'un condensateur.

1 Décharge d'un condensateur

Jusqu'à présent on a parlé de circuits parcouru par des **courants constants**. Nous allons voir ce qui se passe dans le cas où le courant **varie** au cours du temps.
Nous nous contentons d'un exemple simple : le condensateur.

1.1 Décharge du condensateur

Rappelons que pour un condensateur :

$$Q = CU$$

comme $I = \frac{dQ}{dt}$ cela signifie que le lien entre U et I (la **caractéristique** du condensateur) n'est pas une simple fonction :

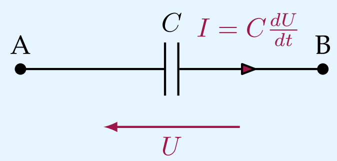
$$U = \frac{1}{C}\int Qdt$$

ou encore

$$I = C\frac{dU}{dt}$$

R On ne peut pas la présenter sur un graphique puisque cette caractéristique dépend du temps.

Définition 1.1 — Condensateur.
En électricité on représente un condensateur de la façon suivante :



Pour caractéristique on utilise soit :

$$\boxed{U = \frac{Q}{C}}$$

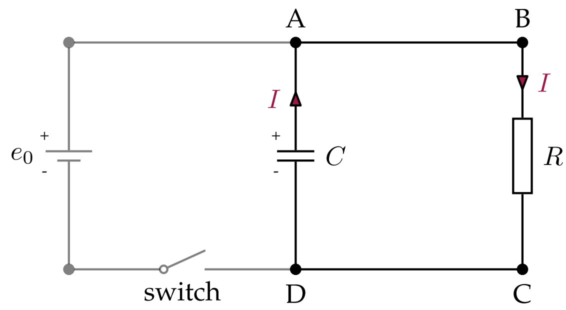
soit :

$$\boxed{I = C\frac{dU}{dt}}$$

soit :

$$\boxed{U = \frac{1}{C}\int Idt}$$

En réalité, un condensateur n'est jamais **parfait**, un tout petit peu de courant peut **fuir** à travers le matériau et cela revient à considérer que le condensateur est branché sur les même bornes qu'une **résistance de fuite** R.
On charge le condensateur à l'aide d'une pile jusqu'à ce que la tension aux bornes du condensateur soit U_0. À $t = 0$, on retire la pile.



Les **lois de Kirchhoff** restent valides pour un circuits à courant variable[1].
On peut donc écrire la loi des mailles sur $ADCB$:

$$u_C + u_R = 0$$

$$\frac{Q}{C} + RI = 0$$

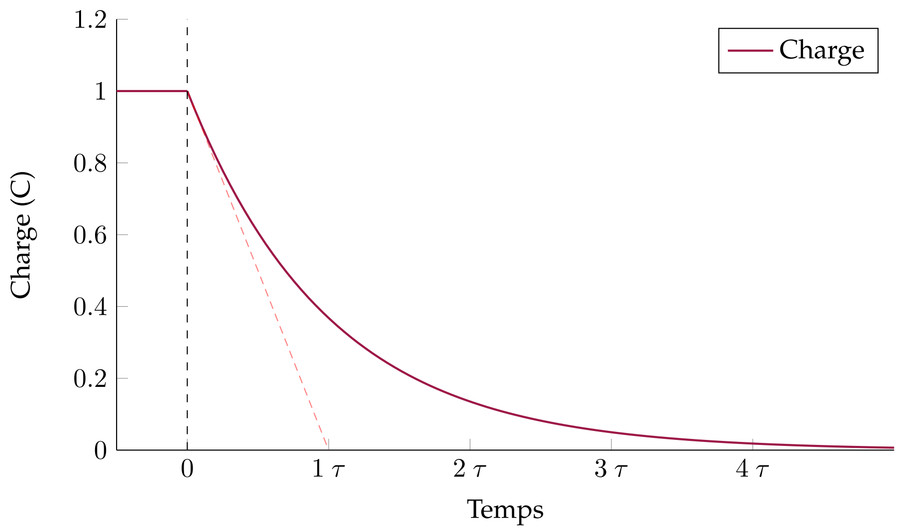
Or si l'on se souvient que $I = \frac{dQ}{dt}$ c'est-à-dire que $I = \dot{Q}$, on obtient l'équation différentielle :

$$R\dot{Q} + \frac{Q}{C} = 0$$

De solution

$$\boxed{Q(t) = Q_0 e^{-t/RC}}$$

où Q_0 est la charge du condensateur à l'instant initial (Au moment où on déconnecte la pile du condensateur).



Courbe de décharge d'un condensateur de charge initiale $1\ C$ et de constante de temps $\tau = 1\ s$. Remarquez comme la tangente à l'origine passe par τ.

1. Tant que le courant varie suffisamment lentement devant le temps de propagation du courant dont la vitesse est de l'ordre de c

Le condensateur se **décharge**, et le **temps caractéristique** avec lequel il le fait est

$$\boxed{\tau = RC}$$

C'est-à-dire que au bout d'un temps $t = \tau$ le condensateur est déchargé à 63 % et au bout de $t = 3\tau$, le condensateur est déchargé à 95 %.
On détermine Q_0 à l'aide de la condition initiale : à $t = 0$, le condensateur est chargé de telle sorte que :

$$U = e_0$$
$$\frac{Q_0}{C} = e_0$$

donc $Q_0 = Ce_0$.

1.2 Tension et courant

Quid de la **tension** et du **courant** lors de ces phénomènes ?
En fait ils vont se comporter de façon identique, en effet, ils sont gouvernés par une équation différentielle similaire à celle qui contraint Q :
Si on **dérive** $RI + \frac{Q}{C} = 0$, on obtient :

$$R\dot{I} + \frac{I}{C} = 0$$

de solution :

$$I = I_0 e^{-t/RC}$$

De même on pourrait s'intéresser à la tension aux bornes du condensateur plutôt qu'au courant :

$$RI + U_c = 0$$
$$RC\frac{dU_c}{dt} + U_c = 0$$
$$\dot{U}_c + \frac{1}{RC}U_c = 0$$

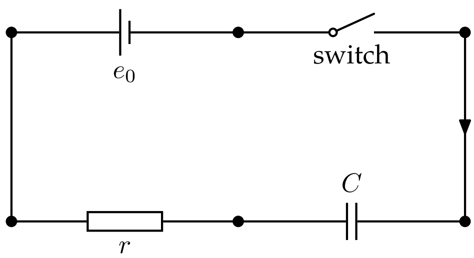
qui encore une fois, admet pour solution :

$$U_c(t) = U_0 e^{-t/RC}$$

Dans le cadre de la décharge d'un condensateur, charge, tension et courant suivent une courbe décroissante qui tends vers 0.

2 Charge du condensateur

Lorsque l'on charge un condensateur, on le branche aux bornes d'un générateur de tension. Un générateur de tension réel a une petite résistance interne r.



La loi des mailles donne alors :

$$rI + \frac{Q}{C} = e_0$$

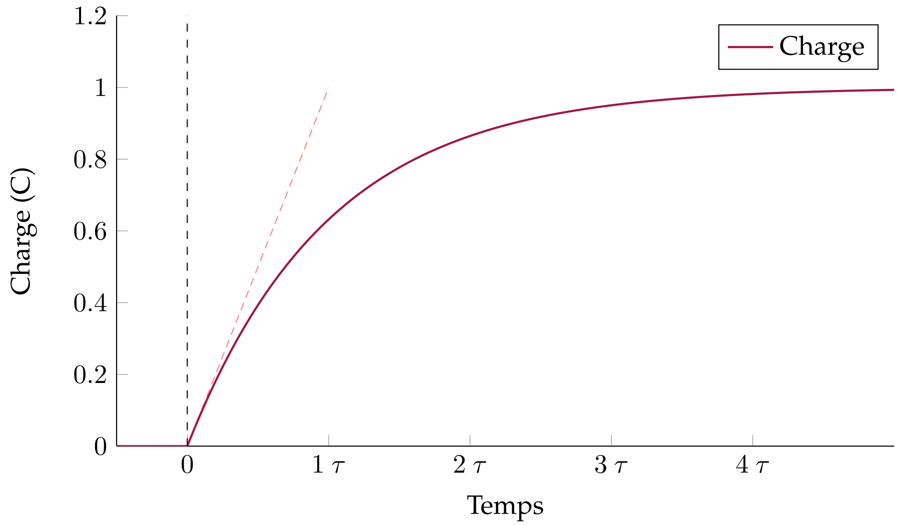
$$r\dot{Q} + \frac{Q}{C} = e_0$$

équation différentielle non homogène de solution :

$$\boxed{Q(t) = Ce_0(1 - e^{-t/rC})}$$

Encore une fois le temps caractéristique de charge du condensateur est :

$$\boxed{\tau = rC}$$



Evolution de la charge du condensateur. Remarquez comme la tangente à l'origine intercepte l'assymptote en $t = \tau$.

2.1 Comportement au temps longs

Au vu des résultats précédents, il apparaît que le condensateur se comporte comme un **coupe circuit** sur des **temps long**. En effet, si $t \to \infty$ pour un condensateur **en charge, comme en décharge**, il vient $I(t) \to 0$.
Pour les temps très courts, le courant est similaire à celui qui serait vu dans un fil. On retiendra donc que le condensateur se comporte comme un coupe circuit pour les variations lentes de courant, et comme un fil pour les variations rapides de courant.