Condensateur

- Calculer la capacité à partir du lien entre charge et potentiel électrique
- Calculer des capacités équivalentes dans des circuits électriques
- Connaître l'énergie accumulée dans un condensateur

L'**énergie électrique** est difficile à **stocker**. Historiquement la première qui fût découverte est le **condensateur**. Il sert aujourd'hui à bien plus que simplement conserver de l'énergie électrique, puisqu'il sert dans de nombreux **circuits électroniques**.

1 Capacité d'un conducteur

Nous admettrons que dans les systèmes constitués de surface métalliques, charge et potentiel sont proportionnels.

Définition 1.1 — Capacité.
On appelle Capacité d'un conducteur la constante de **proportionnalité** C entre V et Q.

$$\boxed{C \stackrel{\text{def}}{=} \frac{Q}{V}}$$

Cette quantité s'exprime en $C.V^{-1}$ que l'on nomme aussi "**Farad**".

De la définition découle :

$$\boxed{Q = C \times V}$$

La capacité ne dépend que de la **géométrie** du conducteur.

Point important 1.1 — Déterminer une capacité.
Pour déterminer la capacité d'un condensateur de géométrie quelconque, on procède comme suit :

1. On calcule le champ électrique entre les armatures, en prenant comme condition que les armatures portent les charges $+Q$ et $-Q$. Au besoin on utilise le théorème de Gauss.
2. On calcule la différence de potentiel entre les armatures en utilisant la définition :

$$|\Delta V| = \left| \int -\vec{E} \cdot \vec{dl} \right|$$

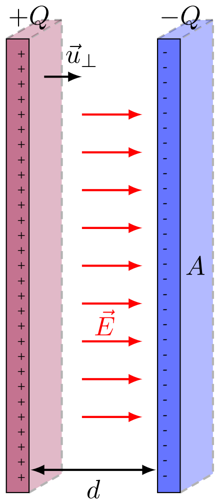
3. En combinant ces deux étapes, on obtient un lien entre Q et ΔV. C'est la capacité.

2 Condensateurs idéaux

Un condensateur est l'assemblage de deux conducteurs en regard l'un par rapport à l'autre, séparés par un **isolant**.

2.1 Condensateur plan

Un condensateur est un assemblage de deux armatures planes parallèles portant respectivement une charge $+Q$ et $-Q$.



Si les armatures sont suffisamment grandes (si elles peuvent être considérées comme des plans infinis), alors elles produisent un champ uniforme perpendiculaires aux armatures :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\vec{u}_\perp$$

Si on appelle A la surface en regard du condensateur, $\sigma \times A = Q$.

$$\vec{E} = \frac{Q}{A\epsilon_0}\vec{u}_\perp$$

La différence de potentiel entre les deux armatures peut être déterminée à partir de la loi $\Delta V = E \times d$, où d est la distance séparant les armatures. On a donc :

$$\Delta V = \frac{Q}{\epsilon_0 A d}$$

On peut alors déterminer la capacité de ce système :

$$C_{\text{cond. plan}} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{Q}{\Delta V}$$

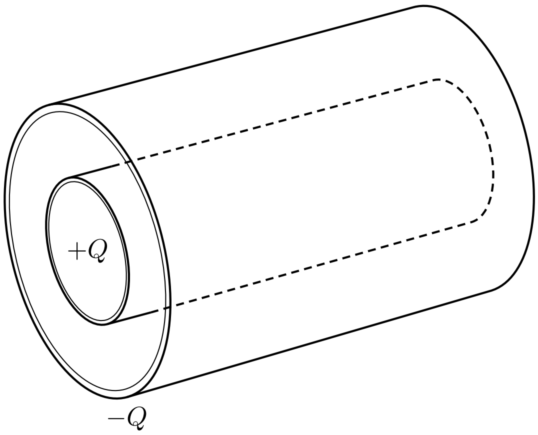
Soit :

$$\boxed{C_{\text{cond. plan}} = \frac{\epsilon_0 A}{d}}$$

R On remarque que la capacité d'un condensateur plan ne dépend effectivement que de sa **géométrie**. Plus l'**aire** des plaques est **grande**, plus la **capacité augmente** (le condensateur peut accumuler plus de charge).
Si la **distance** d qui sépare les deux plaques **augmente**, la **capacité diminue**. Cela est dû au fait que pour une différence de potentielle donnée, le champ entre les deux plaques sera moins intense (puisque $E = \Delta V/d$) et l'accumulation de charge qui résulte de ce champ sera donc moindre.

2.2 Condensateur cylindrique

Un condensateur cylindrique est constitué de deux cylindres coaxiaux de rayons a et b, portant sur leur surfaces en regard les charges $+Q$ et $-Q$. Dans le cas où la taille l du cylindre est très supérieure aux rayons, on peut négliger les effets de bords.



L'application du théorème de Gauss permet de trouver facilement le champ entre les plaques :

$$\vec{E} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l}\frac{1}{r}\vec{u}_r$$

On en déduit la différence de potentielle entre la plaque extérieure et intérieure :

$$V_2 - V_1 \stackrel{\text{def}}{=} \int_1^2 -\vec{E}\cdot d\vec{l}$$
$$|\Delta V| = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l}\int_a^b \frac{dr}{r}$$
$$|\Delta V| = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

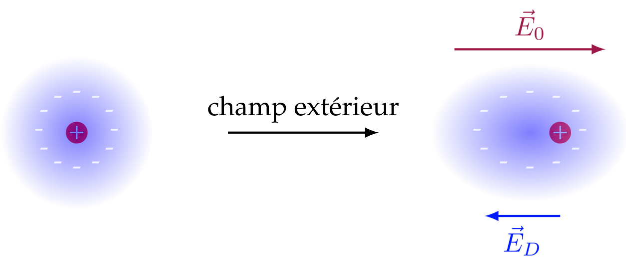
La capacité du condensateur cylindrique est donc :

$$\boxed{C_{\text{cond. cyl.}} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{ln(b/a)}}$$

3 Condensateurs réels

3.1 Influence du milieu diélectrique

Dans la pratique, les armatures d'un condensateurs ne sont pas séparées par du vide, mais par un isolant tel du plastique, du verre, etc. On remarque expérimentalement que suivant les matériaux utilisés la capacité varie, elle est toutefois toujours plus grande que si on utilise du vide.
Cela est dû au fait que le milieu isolant est un milieu **diélectrique** caractérisé par sa **permittivité relative** (par rapport au vide) : ϵ_r.
Contrairement au vide, un milieu isolant contient des charges liées qui même si elles sont globalement inamovibles peuvent légèrement se déplacer. En présence d'un champ électrique extérieur $\vec{E}_0$, les charges positives se déplacent un tout petit peu dans le sens du champ alors que les charges négatives se déplacent un peu dans le sens contraire. On parle de "**polarisation**".



Effet d'un champ électrique sur un atome fixe.

Il résulte de se déplacement de charge un **nouveau champ électrique** opposé à $\vec{E}_0$ appelé **champ de polarisation** $\vec{E}_p$. Le champ total est $\vec{E}_D = \vec{E}_0 - \vec{E}_p < \vec{E}_0$.
Comme $\vec{E}_p = \alpha\vec{E}_0$ est proportionnel[1] au champ qui le fait naître $\vec{E}_0$, on peut écrire :

$$\vec{E}_D = (1-\alpha)\vec{E}_0$$
$$\vec{E}_D = \frac{1}{\epsilon_r}\vec{E}_0$$

À toute fin utile, l'utilisation d'un matériau diélectrique revient à garder $\vec{E}_0$ et à **remplacer** ϵ_0 par

$$\boxed{\epsilon \stackrel{\text{def}}{=} \epsilon_r \times \epsilon_0}$$

■ Exemple 3.1 — Capacité d'un condensateur plan réel.
Un condensateur plan est formé par deux armatures circulaires parallèles de rayon $r = 10\ cm$, séparées par un film plastique d'épaisseur $d = 0.20\ mm$. Déterminer la capacité de ce dispositif, sachant que la permittivité relative du plastique vaut $\epsilon_r(plastique) = 3$.
Puisque l'aire en regard est $A = \pi r^2$. La capacité vaut :

$$C = \frac{\epsilon_r\epsilon_0 A}{d}$$
$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

L'application numérique donne :

$$C = 3.8\ nF$$

R Le Farad est unité peu adaptée aux condensateurs de taille raisonnable. On utilisera plus souvent le nano ou le micro farad.

■

3.2 Les condensateurs dans vos ordinateurs

Le petits condensateurs en forme de cylindre que l'on voit dans les ordinateurs sont en fait des condensateurs plans ! Il sont constitués de deux feuilles conductrices séparées par une fine feuille de papier (isolante).

Un condensateur en forme de cylindre peut cacher un condensateur plan...

1. En première approximation, pour certains matériaux, il y aura saturation du champ E_p pour des valeurs importantes de E_0