

TD 3

Calculs sur le rotationnel d'un champ magnétique ou quelconque, théorème d'Ampère

1. Rotationnel formellement

a. Soit, $\vec{V} = \begin{pmatrix} -\omega y \\ \omega x \\ 0 \end{pmatrix}$, déterminer $\text{rot } \vec{V}$.

b. Soit $f(x, y, z)$, une fonction dont les dérivées secondes sont continues. Montrer que :
 $\text{rot}(\text{grad } f) = \vec{0}$.

c. Soit un champ magnétique exprimé en coordonnées sphériques par $\vec{B}(M) = \sin \frac{\theta}{r^2} \vec{e}_\phi$.
Déterminer $\text{rot } \vec{B}$.

2. Théorème d'Ampère

Un câble coaxial est formé par un conducteur cylindrique plein (appelé l'âme) de rayon R_1 et d'un blindage constitué d'une nappe cylindrique de rayon intérieur R_2 et de rayon extérieur R_3 selon la figure ci-dessous :

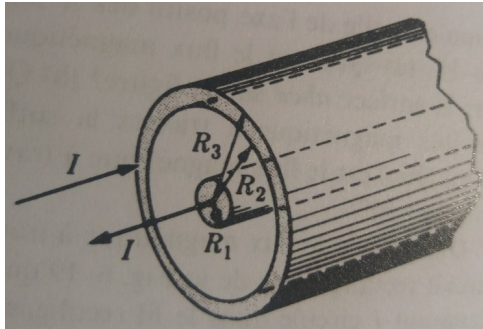


Fig.1 : schéma du câble coaxial

Un courant I circule dans l'âme et revient par le blindage. Déterminer le champ magnétique (préciser les hypothèses) en tout point de l'espace. On suppose que les densités de courant sont uniformes.

3. Densité de courant uniforme

Montrer que dans un milieu où circule un courant de densité uniforme, le champ magnétique peut s'écrire $\vec{B} = \mu_0 \vec{j} \otimes \vec{r}$ (produit vectoriel). On vérifiera que $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$.

4. Champ de vecteur quelconque et formule de Stokes

On considère un champ de vecteurs exprimé en coordonnées cylindriques par $\vec{A}(M) = \frac{r^2}{b} \vec{e}_\theta$

a. Calculer la circulation de ce champ le long du cercle de centre 0 et de rayon R placé dans le plan xOy .

b. Déterminer $\text{rot } \vec{A}$.

c. Déterminer le flux de $\text{rot } \vec{A}$ à travers la surface du disque qui s'appuie sur le contour de circulation de la question a. Interpréter le résultat obtenu.