

## TD 3

## Calculs sur le rotationnel d'un champ magnétique ou quelconque, théorème d'Ampère

## 1. Rotationnel formellement

a. Soit,  $\vec{V} = \begin{pmatrix} -\omega y \\ \omega x \\ 0 \end{pmatrix}$ , déterminer  $\text{rot } \vec{V}$ .

b. Soit  $f(x, y, z)$ , une fonction dont les dérivées secondes sont continues. Montrer que :  
 $\text{rot}(\text{grad } f) = \vec{0}$ .

c. Soit un champ magnétique exprimé en coordonnées sphériques par  $\vec{B}(M) = \sin \frac{\theta}{r^2} \vec{e}_\phi$ .  
Déterminer  $\text{rot } \vec{B}$ .

## 2. Théorème d'Ampère

Un câble coaxial est formé par un conducteur cylindrique plein (appelé l'âme) de rayon  $R_1$  et d'un blindage constitué d'une nappe cylindrique de rayon intérieur  $R_2$  et de rayon extérieur  $R_3$  selon la figure ci-dessous :

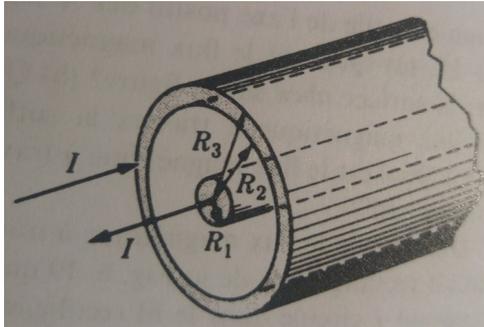


Fig.1 : schéma du câble coaxial

Un courant  $I$  circule dans l'âme et revient par le blindage. Déterminer le champ magnétique (préciser les hypothèses) en tout point de l'espace. On suppose que les densités de courant sont uniformes.

## 3. Densité de courant uniforme

Montrer que dans un milieu où circule un courant de densité uniforme, le champ magnétique peut s'écrire  $\vec{B} = \mu_0 \vec{j} \otimes \vec{r}$  (produit vectoriel). On vérifiera que  $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ .

## 4. Champ de vecteur quelconque et formule de Stokes

On considère un champ de vecteurs exprimé en coordonnées cylindriques par  $\vec{A}(M) = \frac{r^2}{b} \vec{e}_\theta$

a. Calculer la circulation de ce champ le long du cercle de centre 0 et de rayon R placé dans le plan  $xOy$ .

b. Déterminer  $\text{rot } \vec{A}$ .

c. Déterminer le flux de  $\text{rot } \vec{A}$  à travers la surface du disque qui s'appuie sur le contour de circulation de la question a. Interpréter le résultat obtenu.