

TD 2

Relation champ - potentiel et calcul de flux du champ électrique, calculs de flux à travers des cubes, calculs sur des densités de courant

1. Potentiel et flux en coordonnées sphériques

Un champ électrique dérive d'un potentiel qui possède la symétrie de révolution autour de l'axe Oz. On définit l'angle $\theta = (\text{zO}^M)$ (l'angle est défini en colatitude). Le potentiel s'écrit :

$$V = \frac{k}{r^3} (3 \cos^2 \theta - 1)$$

- Déterminer le champ électrique par $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V$ (on utilisera le formulaire d'analyse vectorielle).
- Déterminer le flux de ce champ à travers une calotte sphérique centrée en O, de révolution autour de Oz et dont le rayon est vu du centre O sous l'angle α .

2. Flux à travers un cube

- Déterminer le flux du champ électrique créé par une charge q ponctuelle à travers un cube ABCDEFGH de côté a quand la charge est placée dans le cube, infiniment proche du point A.
- Déterminer le flux du champ électrique créé par une charge q ponctuelle à travers un cube ABCDEFGH de côté a quand la charge est placée au centre du cube.

N.B. Plutôt que de se ruier sur des calculs délicats, on tâchera de raisonner en terme de symétries.

3. Densité de courant uniforme

Un fil de cuivre de section $1,5 \text{ mm}^2$ peut transporter sans risque un courant d'intensité 10 A. Quelle section de fil faut-il choisir pour transporter un courant d'intensité 25 A avec la même densité de courant ?

Quelle intensité peut-on faire passer dans les mêmes conditions dans un fil 3 mm de diamètre ?

4. Densité de courant non uniforme

A hautes fréquences, les courants dans les conducteurs ne se font pas à densité de courant uniforme. Le courant dans un conducteur cylindrique d'axe Oz et de rayon r_0 circule dans une « peau », d'épaisseur γ , à la périphérie du conducteur selon la loi :

$$\vec{j} = j_0 e^{-\frac{r-r_0}{\gamma}} \vec{e}_z$$

- Déterminer le courant total qui circule dans un tel conducteur cylindrique.
- Application numérique avec : $r_0 = 2 \text{ mm}$, $\gamma = 0,1 \text{ mm}$, $j_0 = 2 \text{ A} \cdot \text{mm}^{-2}$