

Devoir Maison

A rendre au plus tard le lundi 3 juin.

Exercice 1. Quelques EDO d'ordre 1. (5 points)

Chercher les solutions réelles des équations suivantes et préciser leur domaine de définition.

$$(E_1) \quad y' - y = xe^x.$$

$$(E_2) \quad (x^2 - 1)y' - xy = 1.$$

$$(E_3) \quad y' + 2xy = e^{-x^2} \cos x.$$

Exercice 2. Un peu d'ordre 2. (5 points)

Chercher les solutions réelles des équations suivantes et préciser leur domaine de définition.

$$(E_4) \quad y'' - 2y' + y = 6xe^x.$$

$$(E_5) \quad y'' - 2y' + 2y = 2.$$

$$(E_6) \quad x^2y'' - xy' + y = 2.$$

Exercice 3. Résolution d'un système différentiel. (5 points)

Soit le système différentiel suivant :

$$(E_7) \quad \begin{cases} x'(t) = 2x(t) + y(t) + z(t) + 1 \\ y'(t) = x(t) + 2y(t) + z(t) + 1 \\ z'(t) = x(t) + y(t) + 2z(t) + 1 \end{cases}$$

1. Mettre le système précédent sous la forme matricielle $X'(t) = AX(t) + F$. On précisera les expressions de $X(t)$, F et A .
2. Montrer que A est diagonalisable et déterminer une base de vecteurs propres de A .
3. Résoudre le système (E_7) .

Exercice 4. Une EDO d'ordre 3 pour la route. (5 points)

Soit le problème de Cauchy suivant :

$$(E_8) \quad \begin{cases} y'''(x) - y'(x) = 0, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 0, \\ y''(0) = 2. \end{cases}$$

Résoudre ce problème d'au moins deux manières différentes.