

---

## TD M2S4 : Autour de la réduite de Jordan

---

### Exercice 1.

Considérons une matrice  $M$  carrée d'ordre 4 dont le polynôme minimal soit  $\mu_A = (X - 2)(X - 3)^2$ . Déterminer une réduite de Jordan (à l'ordre près des facteurs).

---

### Exercice 2.

Soit  $A$  la matrice de  $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  définie par :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -4 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

1. Calculer le polynôme caractéristique de  $A$ .
  2. Déterminer le polynôme minimal de  $A$ .
  3. En déduire une réduite de Jordan pour  $A$ .
- 

### Exercice 3.

Considérons une matrice  $A$  de  $\mathcal{M}_5(\mathbb{R})$  semblable à la matrice  $B$  suivante :

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Déterminer la ou les valeurs propres de  $A$ .
  2. La matrice  $A$  est-elle diagonalisable ?
  3. Déterminer de deux façons différentes la dimension de  $\text{Ker}(A - 2I)$
  4. Donner le polynôme minimal de  $A$ .
- 

### Exercice 4.

Pour  $\alpha$  et  $\beta$  deux paramètres réels, déterminer une réduite de Jordan pour

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \alpha & \beta \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$