

# Marchés financiers

# Marchés obligataires

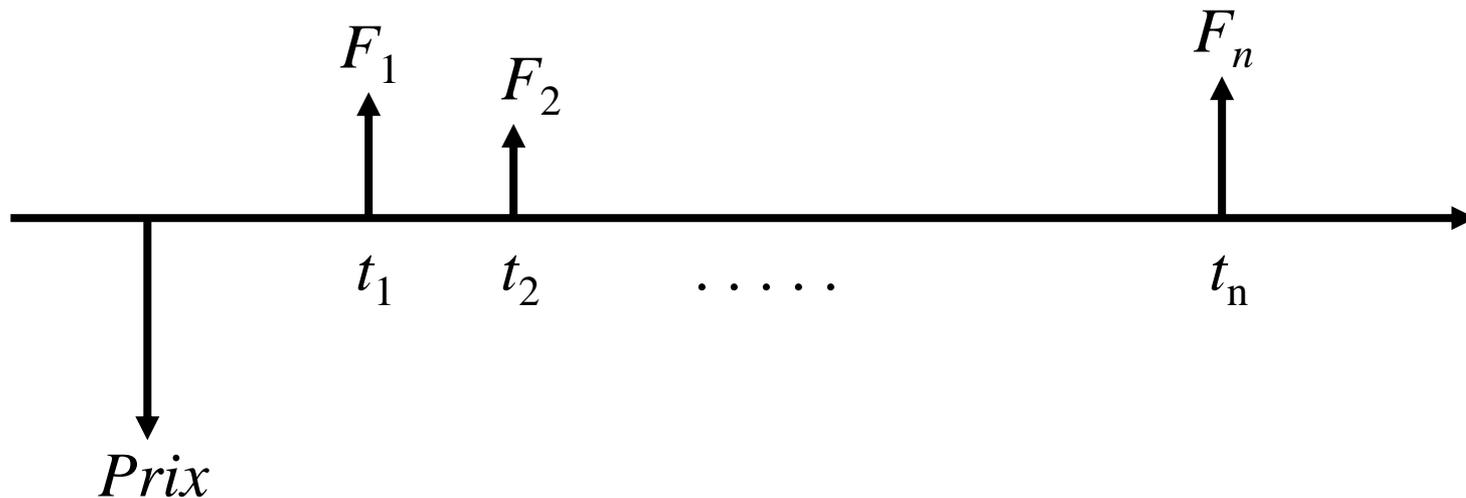
Introduction au risque de taux

# Introduction au risque de taux d'intérêt

- 1. Les emprunts à taux fixe**
2. Les emprunts à taux variable

# Les structures de flux (rappel)

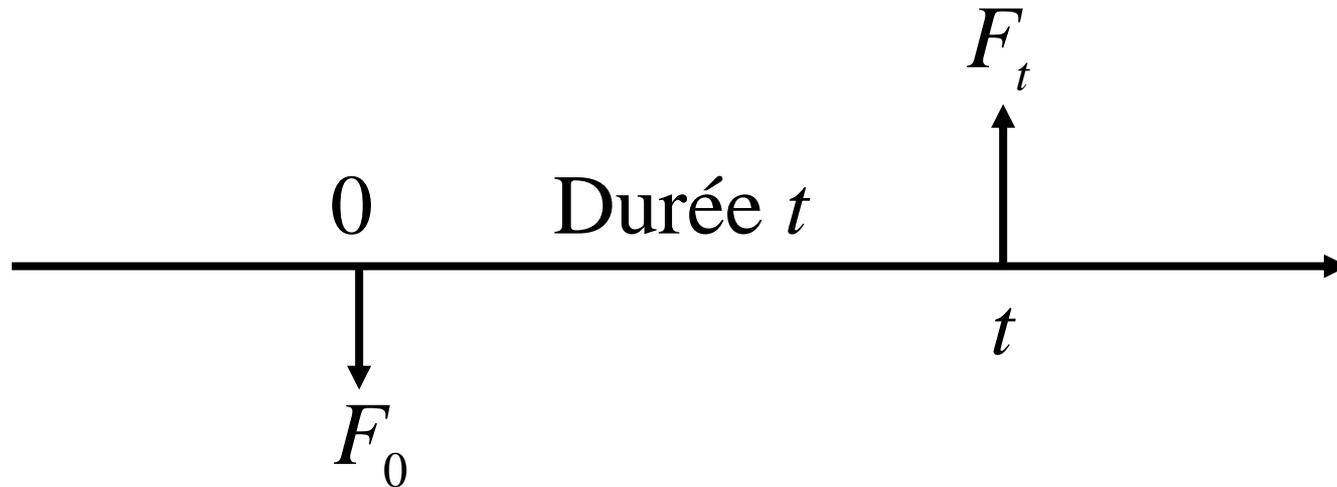
Une opération de taux d'intérêt peut correspondre à l'acquisition d'une structure de flux.



La décomposition en  $n$  emprunts zéro-coupon permet d'écrire :

$$P = \frac{F_1}{(1+i)^{t_1}} + \frac{F_2}{(1+i)^{t_2}} + \dots + \frac{F_n}{(1+i)^{t_n}}$$

# Les calculs élémentaires (Rappel)



Capitalisation

$$F_t = F_0 (1 + i)^t$$

Actualisation

$$F_0 = \frac{F_t}{(1 + i)^t}$$

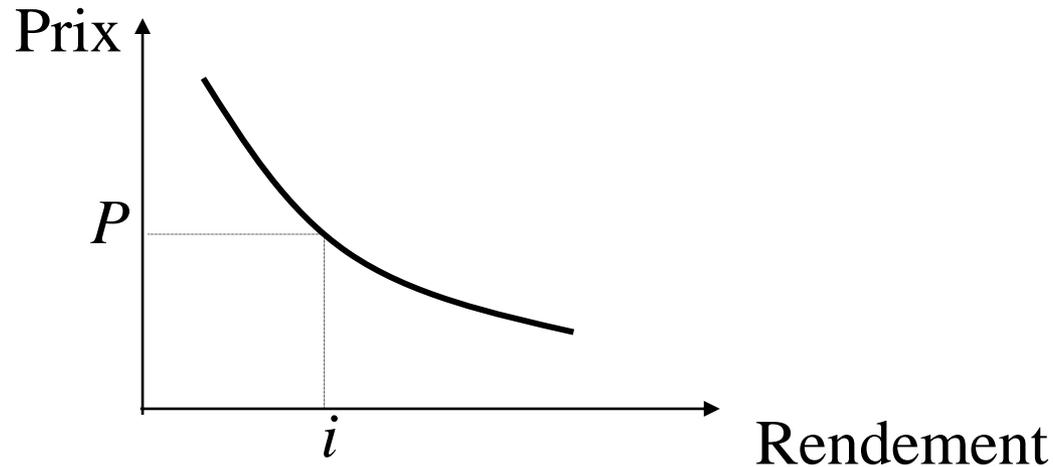
Rendement

actuariel<sup>1</sup>

$$i = \left( \frac{F_t}{F_0} \right)^{\frac{1}{t}} - 1$$

# Prix et rendement actuariel (Rappel)

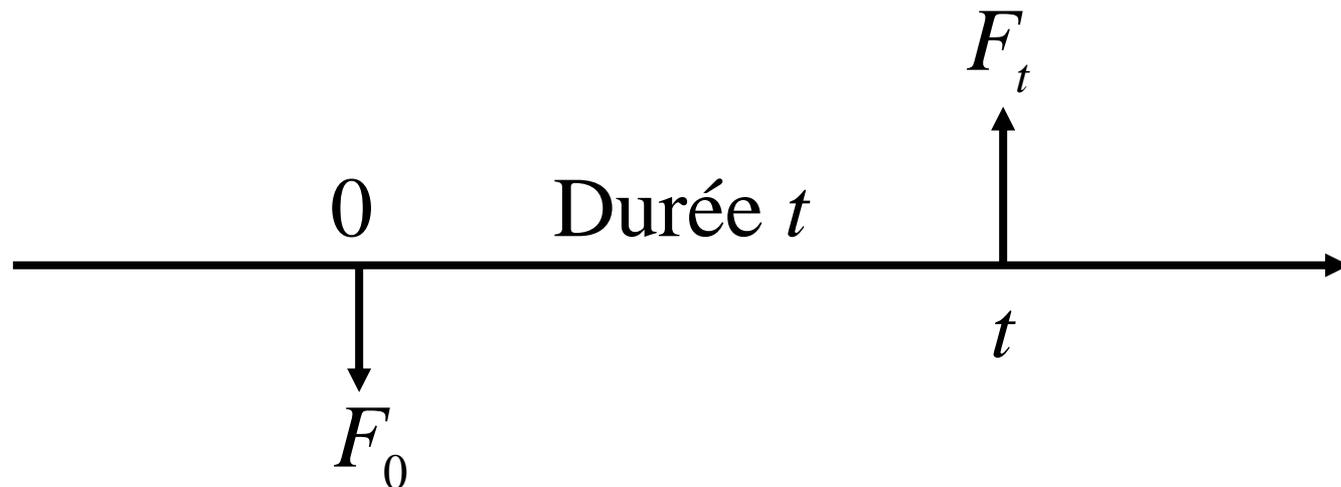
$$P = \frac{F_1}{(1+i)^{t_1}} + \frac{F_2}{(1+i)^{t_2}} + \dots + \frac{F_n}{(1+i)^{t_n}}$$



- Le prix est entraîné à la baisse par la hausse du taux actuariels
- Le rendement actuariel s'améliore quand le prix est bas

# Le zéro-coupon (rappel)

Un zéro-coupon est une opération à deux flux :



**Exemple :**

- Prêt et remboursement
- Achat et revente

# Le risque de taux : une illustration

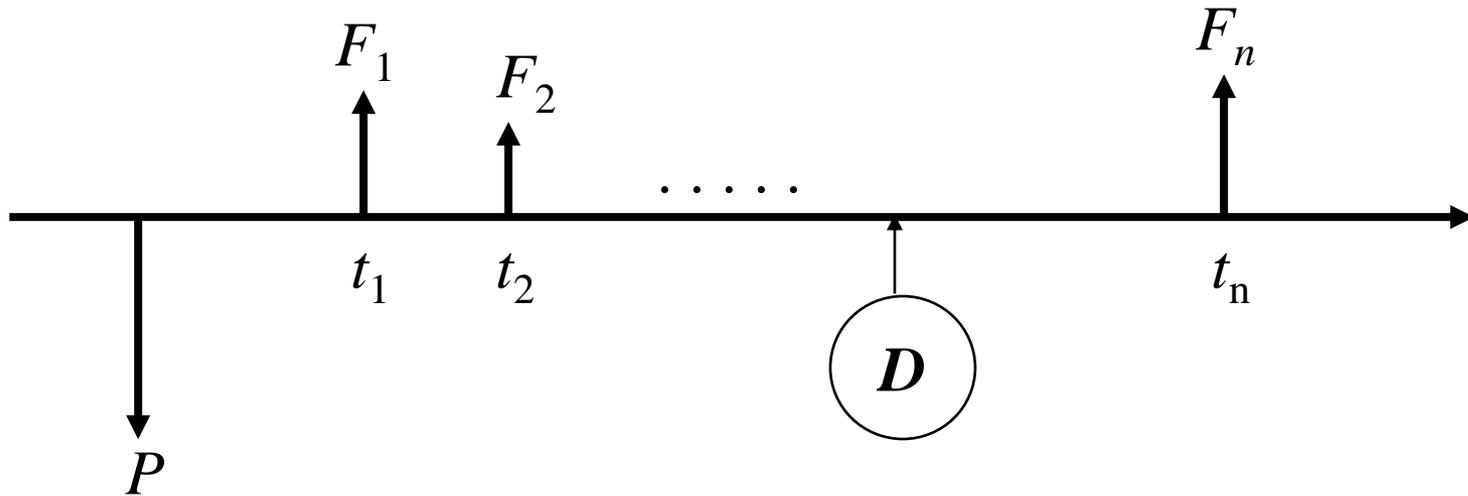
Soit l'achat de 2 emprunts zéro-coupon au taux de 5 %.

Actif	Prix d'émission	Remboursement
Zéro-coupon 2 ans	100	$100 \times 1,05^2 = \mathbf{110,25}$
Zéro-coupon 5 ans	100	$100 \times 1,05^5 = \mathbf{127,63}$

Immédiatement après l'acquisition, **les taux passent à 6 %**.

Actif	Prix de marché	Remboursement
Zéro-coupon 2 ans	$110,25/1,06^2 = \mathbf{98,12}$	110,25
Zéro-coupon 5 ans	$127,63/1,06^5 = \mathbf{95,37}$	127,63

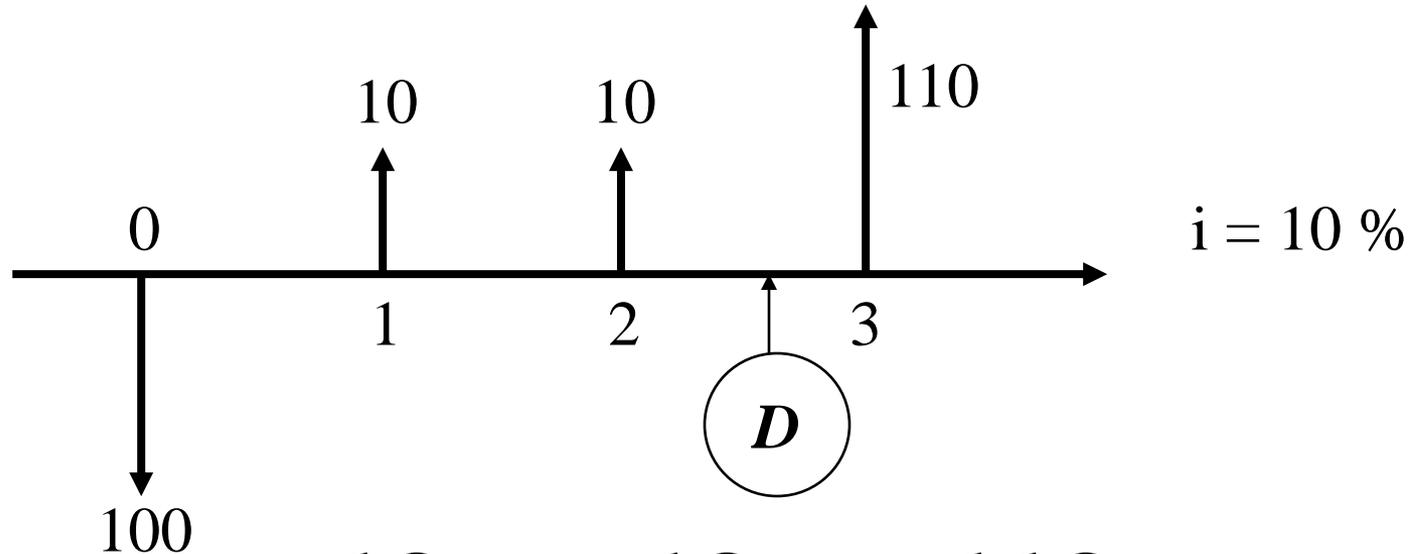
# Duration d'une structure de flux



La duration d'une structure de flux est la moyenne des durées pondérées par les flux actualisés.

$$D = \frac{t_1 \frac{F_1}{(1+i)^{t_1}} + t_2 \frac{F_2}{(1+i)^{t_2}} + \dots + t_n \frac{F_n}{(1+i)^{t_n}}}{\frac{F_1}{(1+i)^{t_1}} + \frac{F_2}{(1+i)^{t_2}} + \dots + \frac{F_n}{(1+i)^{t_n}}}$$

# Exemple de duration



$$D = \frac{1 \frac{10}{1,1} + 2 \frac{10}{1,1^2} + 3 \frac{110}{1,1^3}}{\frac{10}{1,1} + \frac{10}{1,1^2} + \frac{110}{1,1^3}}$$

$$D = \frac{1 \times 9,09 + 2 \times 8,26 + 3 \times 82,64}{100}$$

$$D = 2,73$$

# La duration d'un zéro-coupon

La variation que subit le prix de marché d'un zéro-coupon lorsque le taux d'intérêt varie est d'autant plus forte que sa durée est longue.

Ainsi,

**pour un zéro-coupon,**

Duration = Durée
------------------

# La sensibilité

La sensibilité mesure le rapport entre le pourcentage de variation du prix et le pourcentage de variation du taux d'intérêt .

$$S = - \frac{\frac{\Delta P}{P}}{\Delta i} = - \frac{1}{P} \frac{\Delta P}{\Delta i}$$

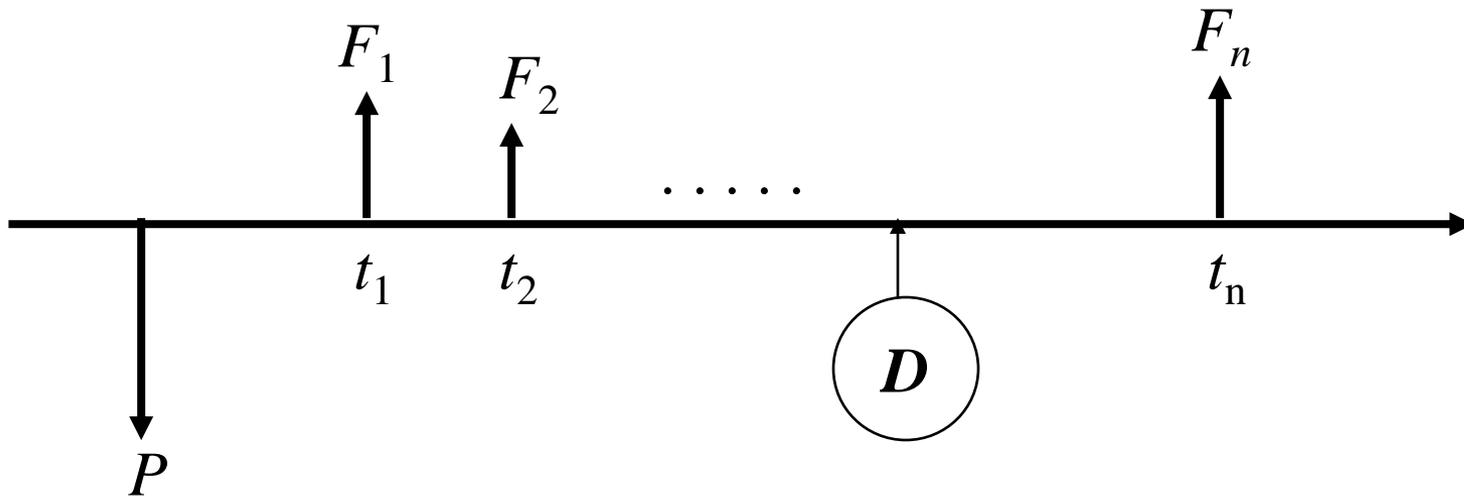
Une sensibilité égale à 5 signifie que le prix baisse de 0,05 % quant le taux monte d'un point de base (0,01 %).

On démontre que sensibilité et duration sont reliés par :

$$D = S(1 + i)$$

# La date d'immunisation

La duration peut être comprise comme la date à laquelle la valeur de la structure est insensible à la variation des taux



Si les taux montent :

Le gain réalisé sur la capitalisation des flux reçus jusqu'à la date  $D$ ,

compense

La perte réalisée par l'actualisation des flux à la date  $D$ .

# Anticipation de hausse des taux d'intérêt

Un investisseur anticipe une hausse régulière des taux d'intérêt jusqu'à la date  $D$  (durée du placement).

Comment doit-il placer ses ressources ?

## Réponse :

- Il doit choisir le placement le **plus court possible** par exemple au jour le jour, et renouveler ("rouler") son investissement jusqu'à l'échéance.
- Il peut investir dans un emprunt à référence post-déterminée (de type TAM ) qui reproduit à peu près un placement au jour le jour.

# Anticipation de baisse des taux d'intérêt

Un investisseur anticipe une baisse régulière des taux d'intérêt jusqu'à la date  $D$  (durée du placement).

Comment doit-il placer ses ressources ?

## Réponse :

Il doit choisir le placement le plus long possible, au delà de l'échéance  $D$ .

## Exemple :

Si les taux baissent de 5 % à 4 % sur une durée  $D = 5$  ans.

Un zéro-coupon de 30 ans à 5 % rapporte  $100 \times 1,05^{30} = 432,2$

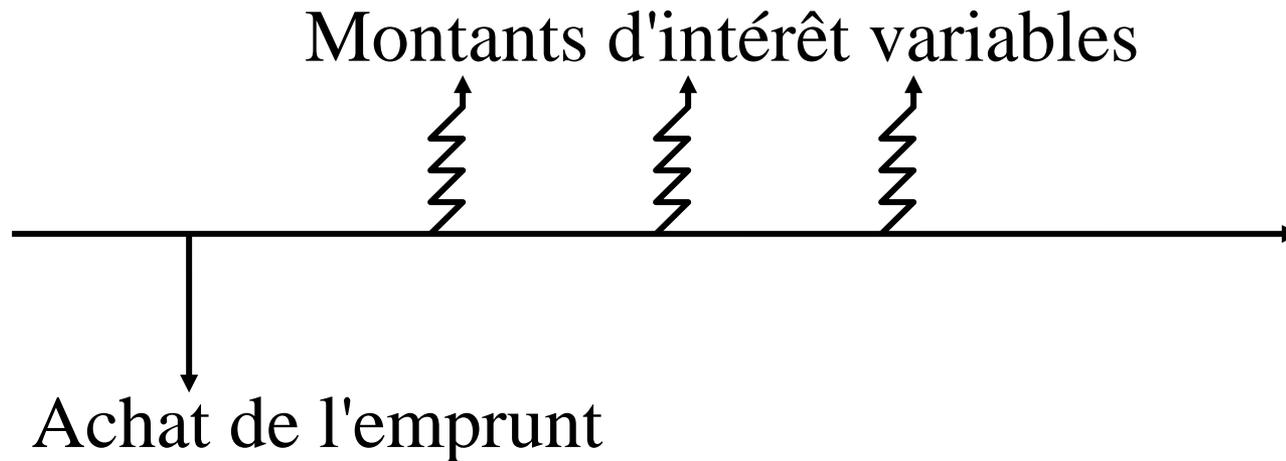
Sa valeur dans 5 ans à 4 % est  $432,2 / 1,04^{25} = 162,1$

Ce qui équivaut à un rendement de  $1,621^{1/5} - 1 = \mathbf{10,14 \%}$

# Le risque de taux d'intérêt

1. Les emprunts à taux fixe
- 2. Les emprunts à taux variable**

# Les emprunts à taux variable



## Références prédéterminées :

Les taux sont prélevés avant le début de la période d'application (exemple : Euribor).

## Références post-déterminées :

Les taux sont prélevés à la fin de la période d'application (exemple : TAM).

# Les références de taux d'intérêt

- **Euribor** ( ou Libor )  
Taux monétaires de 1 à 12 mois
- **Eonia** ( TJJ )  
Taux monétaire au jour le jour
- **TMM** (T4M)  
Moyenne arithmétique des EONIA d'un mois
- **TAM**  
Composition de 12 TMM consécutifs
- **TEC 10**  
Taux actuariel d'une OAT de 10 ans

# Les coupons des emprunts à taux variable

A l'indice prélevé s'ajoute une **marge commerciale**

- soit additive                      Exemple : Euribor + 0,5 %
- soit multiplicative                Exemple :  $1,1 \times \text{TAM}$
- soit mixte                          Exemple :  $0,9 \times \text{TAM} + 0,5 \%$

Des seuils plafond et plancher peuvent être définis.

# Le risque associé à un emprunt à taux variable

- Le risque "instantané" est très faible, limité à l'influence du premier coupon à recevoir.
- Le risque relatif à un horizon futur est croissant avec cette date d'évaluation.