Leçon 06 – Correction des "Exercez-vous"

Exercez-vous 3 : Déterminer la forme réduite de la forme quadratique q définie par $q(x,y,z) = 2x^2 - 4xy + 6xz + 3y^2 - 4yz - 2z^2$ en utilisant la méthode de Gauss. En déduire la nature de q.

Solution

$$q(x,y,z) = 2x^2 + 2x(3z-2y) + 3y^2 - 4yz - 2z^2 = 2(x+\frac{3z-2y}{2})^2 - \frac{(3z-2y)^2}{2} + 3y^2 - 4yz - 2z^2$$

$$q(x,y,z) = 2(x+\frac{3z-2y}{2})^2 + y^2 + 2yz - \frac{13}{2}z^2 = 2(x+\frac{3z-2y}{2})^2 + (y+z)^2 - \frac{15}{2}z^2$$

On en déduit alors que q n'a pas de valeur propre nulle, a 2 valeurs propres positives et une négative. q change de signe et est indéfinie.