# *Leçon 04 – Correction des "Exercez-vous"*

**Exercez-vous 5 :** Soit **B** = $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$. Déterminer les valeurs propres de **B** dans **C**. En déduire les vecteurs propres de **B**.

**Solution**

$P_B(\lambda) = \begin{vmatrix} (1-\lambda) & -1 \\ 2 & (-1-\lambda) \end{vmatrix} = \lambda^2 + 1$. Dans **C**, les racines de $P_B(\lambda)$ sont donc $\lambda_1 = i$ et $\lambda_2 = -i$ (les valeurs propres sont bien-sûr conjuguées).

v = (x,y) est un vecteur propre associé a $\lambda_1$ si et seulement si $\mathbf{B}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \lambda_1\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, soit

$\begin{cases} x - y = ix \\ 2x - y = iy \end{cases}$ D'où y = (1-i)x et $\begin{pmatrix} 1 \\ 1-i \end{pmatrix}$ est un vecteur propre associé à $\lambda_1 = i$.

D'après le cours $\begin{pmatrix} 1 \\ 1+i \end{pmatrix}$ (conjugué du précédent vecteur propre) est un vecteur propre associé à $\lambda_2 = -i$.