

# Leçon 04 – Correction des "Exercez-vous"

---

## Exercez-vous 4 :

Déterminer les valeurs propres des matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & -4 & 12 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

### Solution

$$P_A(\lambda) = \begin{vmatrix} (2-\lambda) & 0 & 4 \\ 3 & (-4-\lambda) & 12 \\ 1 & -2 & (5-\lambda) \end{vmatrix} = -\lambda^3 + 3\lambda^2 - 2\lambda = -\lambda(\lambda^2 - 3\lambda + 2) = (2-\lambda)(\lambda-1)\lambda.$$

**A** a donc trois valeurs propres distinctes  $\lambda_1 = 2$ ,  $\lambda_2 = 1$  et  $\lambda_3 = 0$ .

$$P_B(\lambda) = \begin{vmatrix} (1-\lambda) & 0 & 1 \\ 0 & (1-\lambda) & 1 \\ 0 & 0 & (2-\lambda) \end{vmatrix} = (1-\lambda)^2(2-\lambda).$$

**B** a deux valeurs propres  $\lambda_1 = 1$  et  $\lambda_2 = 2$ .