Leçon 04 – Correction des "Exercez-vous"

Exercez-vous 3 : Soit f l'application de $\mathbf{R}^3$ dans $\mathbf{R}^3$ de matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ -3 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ dans la base canonique. Montrer que v = (1,1,0) est un vecteur propre de f associé à une valeur propre que l'on précisera. Trouver un autre vecteur propre de f évident.

Solution

f(v) a pour coordonnées dans la base canonique $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ -3 & 3 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Donc f(v) = 3v et v est un vecteur propre de f (ou de **A**) associé à la valeur propre 3.

En observant la troisième colonne de **A**, trivialement f(0,0,1) = -2(0,0,1) (en effet $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ sont les coordonnées de f(0,0,1) dans la base canonique) et (0,0,1) est un vecteur propre de f (ou de **A**).