

Leçon 04 – Correction des "Avez-vous compris ?"

.....

Avez-vous compris ? 1: En reprenant les matrices de "Exercez-vous 4", déterminer les ordres de multiplicité des différentes valeurs propres.

Solution

(*Exercez-vous 4* : Déterminer les valeurs propres des matrices $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & -4 & 12 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ et $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.)

Dans l'"exercez-vous 4" on a vu que :

$$P_A(\lambda) = \begin{vmatrix} (2-\lambda) & 0 & 4 \\ 3 & (-4-\lambda) & 12 \\ 1 & -2 & (5-\lambda) \end{vmatrix} = -\lambda^3 + 3\lambda^2 - 2\lambda = (2-\lambda)\lambda(\lambda-1).$$

\mathbf{A} a donc trois valeurs propres distinctes $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 1$ et $\lambda_3 = 0$ et l'ordre de multiplicité de chaque valeur propre est 1.

$$\text{On a aussi vu que : } P_B(\lambda) = \begin{vmatrix} (1-\lambda) & 0 & 1 \\ 0 & (1-\lambda) & 1 \\ 0 & 0 & (2-\lambda) \end{vmatrix} = (1-\lambda)^2(2-\lambda).$$

\mathbf{B} a deux valeurs propre $\lambda_1 = 1$ avec $m(\lambda_1) = 2$ et $\lambda_2 = 2$ avec $m(\lambda_2) = 1$.