

Leçon 03 – Correction des "Exercez-vous"

Exercez-vous 2 : On reprend les sous-espaces de l'“exercez-vous 1”. F_1 et F_2 sont-ils supplémentaires ?

Solution

Regardons d'abord si la somme est directe.

$$v = (x,y,z) \in F_1 \cap F_2 \text{ si et seulement si } \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} x = 2y \\ z = 3y \end{cases} \text{ et } v = y(2,1,3).$$

Donc $F_1 \cap F_2$ est un sous-espace vectoriel de \mathbf{R}^3 de dimension 1 engendré par $(2,1,3)$. Ce sous-espace n'est pas réduit au vecteur nul, la somme n'est pas directe.

F_1 et F_2 ne peuvent donc pas être supplémentaires.