

Leçon 03 – Correction des "Avez-vous compris?"

Avez-vous compris ? 7 :

1. Normalisez $v = (1,3,-1)$ (c'est-à-dire, trouvez un vecteur v' unitaire (=normé = de norme 1) et colinéaire à v).
2. Déterminez un vecteur w orthogonal à v et de norme 1.

Solution

1. Soit $v' = \frac{v}{\|v\|}$, par construction v' est colinéaire à v puisqu'il lui est proportionnel ($v' = (\frac{1}{\|v\|})v$ et $\frac{1}{\|v\|} \in \mathbf{R}$).

Or $\|v\| = \sqrt{11}$ et $v' = (\frac{1}{\sqrt{11}}, \frac{3}{\sqrt{11}}, -\frac{1}{\sqrt{11}}) = (\frac{\sqrt{11}}{11}, \frac{3\sqrt{11}}{11}, -\frac{\sqrt{11}}{11})$ convient.

2. $w' = (1,0,1)$ est évidemment orthogonal à v . Il suffit donc de le normer car l'orthogonalité est conservée si on remplace l'un des vecteurs par un vecteur qui lui est proportionnel.

Or $\|w'\| = \sqrt{2}$ et $w = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}) = (\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ convient.