

Leçon 03 – Correction des "Avez-vous compris?"

.....

Avez-vous compris ? 2 : On suppose que F_1 et F_2 sont en somme directe. Soit Σ_1 un système libre de F_1 et Σ_2 un système libre de F_2 . $\Sigma_1 \cup \Sigma_2$ est-il un système libre de $F_1 \oplus F_2$?

Solution

D'après le théorème de la base incomplète vu en L1, Σ_1 peut être complété en une base \mathbf{B}_1 de F_1 et Σ_2 en une base \mathbf{B}_2 de F_2 .

Or d'après le cours $\mathbf{B}_1 \cup \mathbf{B}_2$ est une base de $F_1 \oplus F_2$ et est un système libre.

Et puisque $\Sigma_1 \subset \mathbf{B}_1$ et $\Sigma_2 \subset \mathbf{B}_2$, $(\Sigma_1 \cup \Sigma_2) \subset (\mathbf{B}_1 \cup \mathbf{B}_2)$ et est donc libre puisque $\mathbf{B}_1 \cup \mathbf{B}_2$ l'est.