

# Leçon 03 – Correction des "Avez-vous compris?"

---

**Avez-vous compris ? 1** : On suppose que  $F_1$  et  $F_2$  sont en somme directe. Soit  $v_1 \in F_1$  et  $v_2 \in F_2$  non nuls.  $v_1$  et  $v_2$  peuvent-ils être liés ?

## Solution

Supposons que  $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 = \mathbf{0}$ .

- Si  $\lambda_1 \neq 0$ ,  $v_1 = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1} v_2$  et puisque  $v_1$  et  $v_2$  sont non nuls, on a deux décompositions distinctes de  $v_1$  suivant  $F_1$  et  $F_2$  :

$v_1 = v_1 + \mathbf{0}$  et  $v_1 = \mathbf{0} + (-\frac{\lambda_2}{\lambda_1} v_2)$ . C'est impossible si la somme est directe.

- Si  $\lambda_1 = 0$   $\lambda_2 v_2 = \mathbf{0}$  et puisque  $v_2 \neq \mathbf{0}$ ,  $\lambda_2 = 0$  et  $\{v_1 ; v_2\}$  est libre.

On ne peut donc pas avoir  $v_1$  et  $v_2$  liés.