

Leçon 02 – Correction des "Avez-vous compris?"

Avez-vous compris ? 1 :

Calculez le déterminant de I_n (matrice identité d'ordre n).

Calculez $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

Solution

1) D'après le cours si $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ est la base canonique de $\mathbf{E} = \mathbf{R}^n$ ou \mathbf{C}^n alors $\det(e_1, e_2, \dots, e_n) = 1$.

Or dans \mathbf{B} e_1 a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, celles de e_2 sont $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix}$..., celles de e_n sont $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

$$\text{Ainsi: } 1 = \det(e_1, e_2, \dots, e_n) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & 1 \end{vmatrix} = \det(I_n).$$

2) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ n'est pas un déterminant car il n'y a pas le même nombre de lignes et de colonnes, cette écriture est incorrecte. On ne peut écrire que des déterminants de **matrices carrées**.