L3 économie appliquée
Aunège

Cours de Mathématiques
Université Paris XI
O. BRANDIERE

Leçon 1 : Les nombres complexes

Correction des " Exercez-vous "

Exercez-vous 3 : Résoudre dans **C** : $\begin{cases} z_1 + (1+i)z_2 = 3i & (1) \\ 3iz_1 - (2-5i)z_2 = -10 + 3i & (2) \end{cases}$.

Solution :

Les propriétés algébriques de **R** se transportent sur **C**. On utilisera donc les mêmes méthodes que dans **R**.

$\begin{vmatrix} 1 & (1+i) \\ 3i & (-2+5i) \end{vmatrix} = (-2+5i) - 3i(1+i) = 1 + 2i \neq 0$. Et le système est un système de Cramer qui a un couple solution (z_1,z_2) unique.

Première méthode par combinaisons :
$3i \times (1) - (2)$ donne $(-3 + 3i)z_2 + (2 - 5i)z_2 = -9 + 10 -3i$,
d'où $z_2 = \dfrac{1 - 3i}{-1 - 2i} = \dfrac{(1 - 3i)(-1 + 2i)}{(-1)^2 + 2^2} = \dfrac{5 + 5i}{5} = 1 + i$.
(1) donne alors $z_1 = 3i - (1 + i)^2 = 3i - 1 - 2i + 1 = i$

Deuxième méthode des déterminants (décrite au chapitre 2) :

$$z_1 = \frac{\begin{vmatrix} 3i & (1+i) \\ (-10+3i) & (-2+5i) \end{vmatrix}}{1 + 2i} = \frac{3i(-2+5i) - (-10+3i)(1+i)}{1 + 2i} = \frac{-2+i}{1+2i} = \frac{(-2+i)(1-2i)}{5} = \frac{5i}{5} = i,$$

$$z_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 3i \\ 3i & -10+3i \end{vmatrix}}{1+2i} = \frac{-1+3i}{1+2i} = \frac{(-1+3i)(1-2i)}{5} = \frac{5+5i}{5} = 1+i.$$

Le couple solution est donc $(z_1 , z_2) = (i , 1+i)$.