

Guide d'apprentissage du cours de Mathématiques L3 Economie Appliquée

L'objectif de ce cours est l'acquisition de l'outil mathématique nécessaire pour aborder les statistiques et résoudre les problèmes liés à l'économie.

Ce cours se présente dans la continuité des cours de Mathématiques 1 et Mathématiques 2 qui en sont des pré-requis.

Cette ressource est découpée en 6 leçons qui s'enchaînent.

Les leçons 1 et 2 sont des outils techniques faciles et utiles pour les leçons suivantes.

La leçon 3 est un pré-requis pour les leçons 4, 5 et 6.

Les chapitres 4 et 5 ont des applications directes en économie aux systèmes récurrents et différentiels d'ordre 1.

Le chapitre 6 contient une application très importante aux problèmes d'optimisation libre et liée.

Chaque leçon se lit linéairement, est parsemée d'exercices d'application directe corrigés qui aident à la compréhension. Les fichiers d'exercices sont constitués d'exercices d'entraînement un peu plus élaborés et qui font appel à plusieurs notions chacun. Ces exercices sont également corrigés dans un fichier à part.

Dans la continuité des cours de Mathématiques L1 et L2 d'Economie Gestion ce cours a pour but l'étude de l'optimisation à plusieurs variables libre et sous contraintes à l'aide des matrices hessiennes (chapitre 6), celle des systèmes séquentiels où le temps est considéré comme discret (chapitre 4) et celle des systèmes différentiels où le temps est supposé continu (chapitre 5). Pour pouvoir aborder ces différentes questions on commence par 3 chapitres outils ; une introduction simple aux nombres complexes (chapitre 1) où ne sont étudiés que les notions utiles aux chapitres suivants, une présentation des déterminants (chapitre 2) et de leurs modes de calculs et enfin un développement de l'étude des matrices indispensable à la compréhension des méthodes de réduction d'une matrice. Pour pouvoir aborder le chapitre sur les formes quadratiques on introduira aussi la notion d'orthogonalité dans \mathbf{R}^n et de matrice orthogonale (chapitre 3). Cette dernière notion sera aussi utile en économétrie et en analyse des données.

Il est difficile de donner des conseils d'apprentissage car l'approche des mathématiques peut être différente d'un individu à l'autre. Un apprenant aura besoin de 2 exercices pour comprendre alors qu'un autre en aura besoin de 10, ou de recommencer plusieurs fois le même. Ainsi la durée d'apprentissage peut être très variable d'un étudiant à un autre.

Pour un étudiant moyen ayant les pré requis cités plus haut ce cours demande environ 84h d'apprentissage (par exemple environ 7 heures/semaine pendant 12 semaines).

Compter 8h pour les 2 premières leçons et 14h pour les autres.

Il y a plusieurs manières d'apprendre et ce cours laisse l'apprenant libre. Par contre il paraît judicieux de lire la leçon linéairement en faisant au fur et à mesure les exercices proposés ("avez-vous compris" et "exercez-vous") et en consultant éventuellement les corrigés, puis de s'atteler aux exercices d'entraînement. Mais certains apprenants voudront commencer par les

exercices d'entraînement et parcourir le cours quand ils rencontrent des difficultés. Une lecture du cours intégrale n'en est pas moins indispensable quelque soit le moment où elle se situe.

Contenu du cours

Leçon 1 : Les nombres complexes

- 1 – Introduction
- 2 – Définitions et propriétés de \mathbb{C}
- 3 – Nombre complexe conjugué – module – représentation géométrique
- 4 – Représentation trigonométrique et forme exponentielle
- 5 – Polynômes à coefficients réels

Leçon 2 : Déterminant

- 1 – La fonction déterminant : définition, propriétés et théorèmes, calcul d'un déterminant
- 3 – Applications : résolution d'un système d'équations linéaires par la méthode de Cramer

Leçon 3 : Somme de sous-espaces vectoriels – Produit scalaire

- 1 – Somme de sous-espaces, somme directe, projecteurs
- 2 – Produit scalaire : définitions, propriétés, écriture matricielle
- 3 – Matrices orthogonales
- 4 – Orthogonalité et projection

Leçon 4 : Réduction d'une matrice – Diagonalisation

- 1 – Matrices semblables
- 2 – Valeurs propres et vecteurs propres
- 3 – Théorèmes fondamentaux
- 4 - Forme réduite de Jordan
- 5 – Applications : évolutions séquentielles linéaires

Leçon 5 : Equations différentielles

- 1 – Equations différentielles linéaires à coefficients constants d'ordre 1
- 2 – l'ordre 2
- 3 - l'ordre n
- 4 – Systèmes d'équations linéaires d'ordre 1
- 5 – Etude du comportement des solutions d'un système d'équations différentielles linéaires à l'infini

Leçon 6 : Formes quadratiques – Applications

- 1 – Matrices symétriques : définitions, propriétés, diagonalisation
- 2 – Formes quadratiques : définition, forme réduite, signe d'une forme quadratique
- 3 – Formes quadratiques et contraintes
- 4 – Applications : Extrema libres d'une fonction à plusieurs variables, extrema sous contraintes.