Leçon 06 – Correction des "Exercez-vous"

Exercez-vous 3

1. Déterminer v telle que : $\begin{cases} v_0 = 1 \ , \ \ v_1 = 2 \\ v_{n+2} = -3v_{n+1} - 2v_n \quad (2) \end{cases}$.

2. Déterminer v telle que : $v_{n+2} = 5v_{n+1} - 4v_n$

Solution

1. L'équation caractéristique associée à (2) est $r^2 + 3r + 2 = 0$. $r_1 = -1$ est une racine évidente et puisque le produit des racines est 2, la deuxième racine est $r_2 = -2$.
Donc d'après de cours les solutions de (2) sont de la forme $v_n = \lambda(-1)^n + \mu(-2)^n$.

λ et μ sont des constantes qui dépendent des conditions initiales.
Et puisque $v_0 = 1$ et $v_1 = 2$, on a $\begin{cases} 1 = \lambda + \mu \\ 2 = -\lambda - 2\mu \end{cases}$. Soit $\lambda = 4$ et $\mu = -3$, d'où
$\boxed{v_n = 4(-1)^n - 3(-2)^n}$

2. L'équation caractéristique associée à (2) est $r^2 - 5r + 4 = 0$. $r_1 = 1$ est une racine évidente et puisque le produit des racines est 4 la deuxième racine est $r_2 = 4$.
Donc d'après de cours les solutions de (2) sont de la forme $v_n = \lambda + \mu(4)^n$.

λ et μ sont des constantes qui dépendent des conditions initiales. Ici on a pas de conditions initiales, on ne peut donc pas calculer ces deux constantes et on écrira : $\boxed{v_n = \lambda + \mu(4)^n.}$