

Leçon 04 – Correction des "Exercez-vous"

Exercez vous 8

Soit f une application linéaire de \mathbf{R}^3 dans \mathbf{R}^2 ayant pour matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 8 & 3 & -1 \end{pmatrix} \text{ dans les bases canoniques } \mathbf{b} \text{ et } \mathbf{c} \text{ de } \mathbf{R}^3 \text{ et } \mathbf{R}^2.$$

Soit $V = (x, y, z) \in \mathbf{R}^3$, donner la matrice des coordonnées de $f(V)$ dans \mathbf{c} puis $f(V)$.

Application à $V = (0, -2, 1)$.

Solution

On peut déjà remarquer que $\mathbf{b} = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$ et $\mathbf{c} = \{(1,0), (0,1)\}$.

Si $V = (x, y, z)$, V a pour matrice dans \mathbf{b} , $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et si $f(V)$ a pour matrice

$Y = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ dans \mathbf{c} , d'après le cours, $Y = AX$. Donc :

$$\begin{cases} x' = x - 2y + 5z \\ y' = 8x + 3y - z \end{cases} \text{ et } f(V) = (x - 2y + 5z, 8x + 3y - z).$$

L'application numérique donne :

$$\begin{cases} x' = 4+5 \\ y' = 8-6-1 \end{cases} \text{ et } Y = \begin{pmatrix} 9 \\ -7 \end{pmatrix} \text{ et } f(V) = (9, -7)$$