

Leçon 04 – Correction des "Exercez-vous"

Exercez vous 7

Soient les trois matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- 1) Déterminer le rang de chaque matrice.
- 2) Effectuer le produit des 3 matrices qui est possible.

Solution

1) Le rang d'une matrice est inférieur ou égal à son nombre de lignes et à son nombre de colonnes. Donc le rang de A est inférieur ou égal à 2.

Les deux premières colonnes de A sont indépendantes, car non proportionnelles, A est donc de rang.

Les deux colonnes de B sont indépendantes car non proportionnelles, le rang de B est donc 2. C est non nulle, son rang est donc 1.

2) A est de format (2,3), on peut donc multiplier A à droite par une matrice à 3 lignes et à gauche par une matrice à 2 colonnes.

B est de format (2,2), on peut donc multiplier B à droite par une matrice à 2 lignes et à gauche par une matrice à 2 colonnes.

C est de format (3,1), on peut donc multiplier C à droite par une matrice à 1 ligne et à gauche par une matrice à 3 colonnes.

Le seul produit possible est BAC et le calcul donne

$$BA = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ et } BAC = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}.$$