

# Leçon 03 – Correction "avez-vous compris ?"

---

## Avez-vous compris?

Soit  $f(x,y) = x^2 + 2xy - y^2 - 4x - 4y$

Montrer que  $f$  admet un seul point stationnaire  $(x_0, y_0)$ .

Montrer que  $x \rightarrow f(x, y_0)$  admet un minimum en  $x_0$ .

Montrer que  $y \rightarrow f(x_0, y)$  admet un maximum en  $y_0$ .

Conclure.

## Solution

$f$  est différentiable sur  $\mathbf{R}^2$  et  $\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 2x + 2y - 4 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 2x - 2y \end{cases}$ . Donc  $(x_0, y_0)$  est un point stationnaire de  $f$  si

et seulement si  $\begin{cases} 2x_0 + 2y_0 - 4 = 0 \\ 2x_0 - 2y_0 = 0 \end{cases}$ . D'où  $x_0 = y_0 = 1$

Si  $\varphi(x) = f(x, 1)$ ,  $\varphi(x) = x^2 - 2x - 1 = (x - 1)^2 - 2$  admet un minimum en  $x = 1$ .

Si  $\psi(y) = f(1, y)$ ,  $\psi(y) = -y^2 + 2y - 3 = -(y - 1)^2 - 4$  admet un maximum en  $y = 1$ .

$(1, 1)$  est un point selle (ou point col). On est exactement dans la situation du dessin du cours.