

Leçon 02 – Correction des "Exercez-vous"

Exercez vous 8

Vérifier la relation d'Euler avec $f : (x,y,z) \rightarrow \frac{1}{x} \ln \frac{y}{z}$.

Solution

f est définie et différentiable sur $\mathbf{D} = \{(x,y,z) / x \neq 0 \text{ et } yz > 0\}$.

On vérifie aisément que sur \mathbf{D} , f est homogène de degré -1.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{1}{x^2} \ln \frac{y}{z}, \quad \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{xy} \quad \text{et} \quad \frac{\partial f}{\partial z} = -\frac{1}{xz}, \quad \text{donc}$$

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} + z \frac{\partial f}{\partial z} = -\frac{1}{x} \ln \frac{y}{z} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x} = -f(x,y,z), \text{ d'où le résultat.}$$