

Leçon 02 – Correction des "Exercez-vous"

Exercez vous 6

Soit $F : (x,y,z) \rightarrow x^3 + 2xy + y^2 + yz^2 + z$ au voisinage de $(1,-1,0)$.

Existe-t-il $f : (x,y) \rightarrow z = f(x,y)$ définie et différentiable au voisinage de $(1,-1)$ et telle que $F(x,y,f(x,y)) = 0$? Si oui calculer df en $(1,-1)$.

Solution

F est différentiable au voisinage de $(1,-1,0)$ et $\frac{\partial F}{\partial x} = 3x^2 + 2y$,

$\frac{\partial F}{\partial y} = 2x + 2y + z^2$ et $\frac{\partial F}{\partial z} = 2yz + 1$. $\frac{\partial F}{\partial z}(1,-1,0) = 1$, le théorème du cours s'applique et il existe un voisinage de $(1,-1)$ sur lequel f existe et

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1,-1) = -\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial z}}(1,-1,0) = -1, \quad \frac{\partial f}{\partial y}(1,-1) = -\frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial z}}(1,-1,0) = 0 \text{ donc } df = -dx \text{ en } (1,-1).$$