

# Leçon 10 – Correction des "exercez-vous"

---

## Exercez-vous 7

1) Soit  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ , la matrice d'une application linéaire dans les bases  $B$ , base canonique de  $\mathbb{R}^3$  et  $B' = \{ (1, -1, 0), (0, 1, 1), (-1, 0, 1) \}$ . Calculer  $f(x, y, z)$ .

2) Même exercice en échangeant  $B$  et  $B'$ .

## Solution

1)  $(x, y, z) = x(1, 0, 0) + y(0, 1, 0) + z(0, 0, 1)$ .  
Donc  $f(x, y, z) = xf(1, 0, 0) + yf(0, 1, 0) + zf(0, 0, 1)$ .

Or  $f(1, 0, 0) = 2(1, -1, 0) - (-1, 0, 1) = (3, -2, -1)$ ,  
 $f(0, 1, 0) = (1, -1, 0) + (0, 1, 1) - 2(-1, 0, 1) = (3, 0, -1)$  et  
 $f(0, 0, 1) = -(0, 1, 1) + (-1, 0, 1) = (-1, -1, 0)$

D'où  $f(x, y, z) = (3x + 3y - z, -2x - z, -x - y)$ .

2) Il faut déjà écrire  $(x, y, z)$  dans la base  $B'$ :

$(x, y, z) = \alpha(1, -1, 0) + \beta(0, 1, 1) + \gamma(-1, 0, 1)$  soit  $\begin{cases} x = \alpha - \gamma \\ y = -\alpha + \beta \\ z = \beta + \gamma \end{cases}$  et

$\alpha = \frac{x - y + z}{2}$ ,  $\beta = \frac{x + y + z}{2}$  et  $\gamma = \frac{-x - y + z}{2}$ .

Donc  $f(x, y, z) = \frac{x - y + z}{2} f(1, -1, 0) + \frac{x + y + z}{2} f(0, 1, 1) + \frac{-x - y + z}{2} f(-1, 0, 1)$ .

Or ici  $f(1, -1, 0) = (2, 0, -1)$ ,  $f(0, 1, 1) = (1, 1, -2)$  et  $f(-1, 0, 1) = (0, -1, 1)$ .

Et  $f(x, y, z) = \frac{x - y + z}{2} (2, 0, -1) + \frac{x + y + z}{2} (1, 1, -2) + \frac{-x - y + z}{2} (0, -1, 1)$ .

Soit  $f(x, y, z) = \left( \frac{3}{2}x - \frac{y}{2} + \frac{3}{2}z, x + y, -x - 2y \right)$ .