Leçon 10 – Correction des "exercez-vous"

Exercez-vous 6

Soit $f : R^3 \to R^2$

$(x, y, z) \to (2x-3y, x+z)$

1) Donner la matrice m de f dans les bases canoniques de R^3 et R^2.
2) Donner la matrice m' de f dans la base B = {(1, 0, 1), (1, 1, 1), (0, 0, -1)} et la base canonique de R^2.
3) Déterminer la matrice m" de f dans les bases B et B' telle que :
B' = {(-1,1) ; (0,1)}.

Solution

1) La matrice de f dans les bases canoniques, est celle des vecteurs colonnes des coordonnées des images des vecteurs (1, 0, 0), (0, 1, 0) et (0, 0, 1) dans la base canonique de $\mathbf{IR}^2$. On obtient donc : $m = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2) m' a donc pour colonnes les coordonnées des vecteurs de f(**B**) dans la base canonique de $\mathbf{IR}^2$. Or f(1,0,1) = (2,2) , f(1,1,1) = (-1,2) et f(0,0,1) = (0,1), d'où
$m' = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

3) Cherchons la matrice de f dans **B** et **B**'. Il faut donc chercher les coordonnées des images des vecteurs e_1, e_2 et e_3 de **B** dans la base **B**'= $\{f_1, f_2\}$.

Or $f(e_1) = (2,2) = xf_1 + yf_2$ soit $\begin{cases} -x = 2 \\ x + y = 2 \end{cases}$ et $f(e_1) = -2f_1 + 4f_2$

$f(e_2) = (-1,2) = xf_1 + yf_2$ soit $\begin{cases} -x = -1 \\ x + y = 2 \end{cases}$ et $f(e_2) = f_1 + f_2$

$f(e_3) = (0,-1) = -f_2$. Donc $m'' = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.