

Leçon 10 – Correction des "Avez-vous compris?"

Avez-vous compris ? 4

Si $m(f)$ est régulière, f est-elle injective? surjective ? bijective?

$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ est-elle régulière ?

Solution

Soit $m(f)$ une matrice régulière on a alors $\dim E = \dim F = \text{rang}(f)$ donc f est surjective et d'après le théorème des dimensions $\dim E = \text{rang}(f) + \dim \ker f$ et puisque $\text{rang}(f) = \dim E$ $\dim \ker f = 0$ et f est injective.

f est à la fois injective et surjective d'où elle est bijective.

On peut remarquer ici que cette propriété ne dépend bien sûr pas des bases dans lesquelles on a écrit la matrice de f .

$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ est régulière car $\text{rang} m(f) = 2$ (on peut utiliser le déterminant ou simplement remarquer que les deux vecteurs colonnes de $m(f)$ ne sont pas proportionnels, donc libres).