Leçon 10 – Correction des "Avez-vous compris?"

Avez-vous compris ? 2
On suppose que f est une injection de **E** dans **F**. Compléter :
dimf(**E**) … dim**E** et dim**F** **…**dim**E**
Si **B** est une base de **E**, f(**B**) est-elle forcément une base de **F** ?
On suppose que f est une bijection de **E** dans **F** Compléter : dim**E** … dimf(**E**) … dim**F** et f(**B**) est …. de **F.**

Solution

On suppose que f est une injection de **E** dans **F**.
dimf(**E**) = dim**E** et dim**F** ≥ dim**E**
Si **B** est une base de **E**, f(**B**) est-elle forcément une base de **F** ?
Non pas forcément, on peut exhiber un contre exemple : f: $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$
$(x,y) \to (3x\ ,\ 2y - x\ ,\ x - y)$

f est injective (on remarque aisément que kerf= {(0,0)}).L'image de la base canonique (1, 0) et (0, 1) est : f(1, 0)= (3, -1) et f(0, 1)= (0, 2, -1), or deux vecteurs ne forment pas une base de $\mathbb{R}^3$. Ceci se vérifie toujours quand dim**E** < dim**F**.

On suppose que f est une bijection de **E** dans **F** : dim**E** **=** dimf(**E**) = dim**F** et f(**B**) est une **base** de **F.**