

Leçon 09 – Correction des "Exercez-vous"

Exercez vous 5

Soit $A = \{(x, y, z) \in \mathbf{IR}^3 ; x - 4y + 6z = 0\}$ = ensemble des vecteurs (x,y,z) de \mathbf{IR}^3 tels que $x - 4y + 6z = 0$.

A est-il un sous-espace vectoriel de \mathbf{IR}^3 ?

Solution

* $A \neq \emptyset$ car $(0, 0, 0) \in A$.

Soit $X_1 = (x_1, y_1, z_1)$ et $X_2 = (x_2, y_2, z_2)$ deux vecteurs de A et λ et μ sont deux réels quelconques :

$\lambda X_1 + \mu X_2 = (\lambda x_1 + \mu x_2, \lambda y_1 + \mu y_2, \lambda z_1 + \mu z_2)$ et

$(\lambda x_1 + \mu x_2) - 4(\lambda y_1 + \mu y_2) + 6(\lambda z_1 + \mu z_2) = \lambda(x_1 - 4y_1 + 6z_1) + \mu(x_2 - 4y_2 + 6z_2) = 0$ car X_1 et X_2

appartiennent à A et que les facteurs de λ et μ sont donc nuls. $\lambda X_1 + \mu X_2$ appartient donc à A et

A est un sous-espace vectoriel de \mathbf{IR}^3 .