Leçon 08 – Correction des "Exercez-vous"

Exercez vous 3
Calculer les dérivées partielles des fonctions suivantes :
$f : (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto x^2 - xy$ $g : (x, y) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^* \mapsto (x^2+1) / xy$ $h : (x, y) \in \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R} \mapsto x^y$
(on pourra écrire $x^y = e^{y \ln x}$)

Solution

f : $(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mapsto x^2 - xy$: f a des dérivées partielles sur tout $\mathbb{R}^2$.

$\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 2x - y$ $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) = - x$

g : $(x, y) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^* \mapsto (x^2+1) / xy$. g est définie et dérivable sur $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^*$.

pour tout (x,y) de $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^*$, $\dfrac{\partial g}{\partial x}(x,y) = \dfrac{2x(xy) - (x^2+1)y}{x^2y^2} = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 y}$ $\dfrac{\partial g}{\partial y}(x,y) = - \dfrac{x^2 + 1}{xy^2}$

h : $(x, y) \in \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R} \mapsto x^y = \exp(y \ln(x))$

pour tout (x,y) de $\mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}$, $\dfrac{\partial h}{\partial x}(x,y) = \dfrac{y}{x}\exp(y \ln(x)) = y\, x^{y-1}$,

$\dfrac{\partial h}{\partial y}(x,y) = \ln(x) \exp(y \ln(x)) = \ln(x)\, x^y$