

Leçon 08 – Correction des "Exercez-vous"

Exercez vous 1:

a) $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^*$ est-il égal à $\mathbb{R}^2 - \{0, 0\}$?

b) Déterminer et construire sommairement les ensembles sur lesquels on peut définir les expressions suivantes:

b1) $\frac{1}{x^2 + y^2}$
 $\frac{1}{2xy + 3x + y}$

b2) $\ln(x+y)$

b3) $\frac{x}{y}$

b4) x^y

b5) \sqrt{xy}

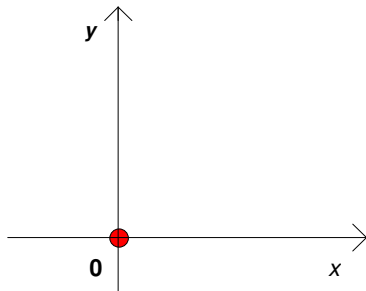
b6)

Solution

a) Non, $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^*$ est formé des couples de nombres (x,y) pour lesquels ni x ni y ne valent 0, alors que $\mathbb{R}^2 - \{0, 0\}$ est formé des couples de nombres (x,y) pour lesquels $x \neq 0$ ou $y \neq 0$.

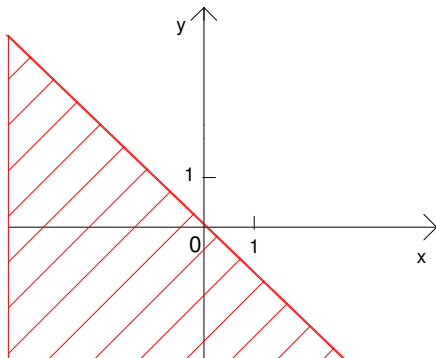
Graphiquement, $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^*$ est représenté par tout le plan sauf les deux axes, alors que $\mathbb{R}^2 - \{0, 0\}$ est représenté par tout le plan sauf le point origine.

b1) La fonction est définie sur $\mathbb{R}^2 - \{0, 0\}$, dont la représentation graphique est : tout le plan sauf le point $(0,0)$



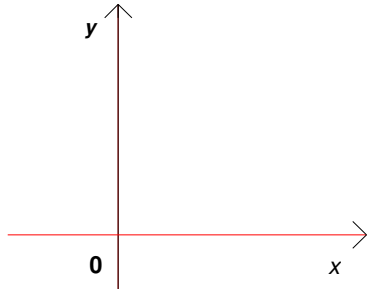
b2) La fonction est définie sur l'ensemble D des (x,y) tels que $x+y > 0$.

$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 ; x+y > 0\}$ Sa représentation est le demi-plan non hachuré, borné par la droite d'équation $y = -x$.

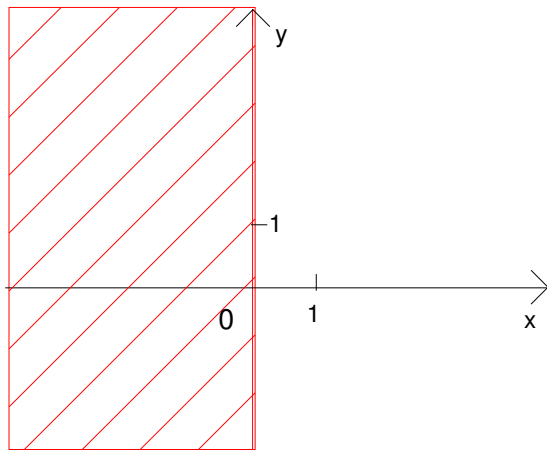


b3) La fonction $(x,y) \mapsto \frac{x}{y}$ est définie sur $D = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^* = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 ; y \neq 0\}$.

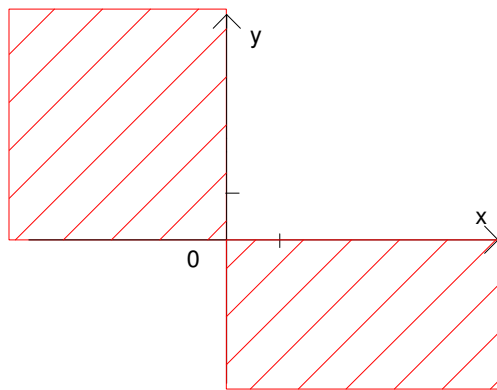
Graphiquement D est représenté par le plan privé de l'axe des abscisses.



b4) $x^y = \exp(y \ln(x))$ est définie sur $D = \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R} = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 ; x > 0 \}$. Graphiquement D est représenté par le demi-plan non hachuré, bordé par l'axe des ordonnées



b 5) \sqrt{xy} est définie sur $D = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 ; (x \leq 0 \text{ et } y \leq 0) \text{ ou } (x \geq 0 \text{ et } y \geq 0) \}$. D est représenté par l'ensemble non hachuré



b 6) l'expression $\frac{1}{2xy + 3x + y}$ est définie sur l'ensemble des (x,y) tels que $2xy + 3x + y \neq 0$.

Or : $2xy + 3x + y = 0 \Leftrightarrow y(2x + 1) = -3x$

d'où $2xy + 3x + y = 0 \Leftrightarrow 2x + 1 \neq 0$ et $y = \frac{-3x}{2x + 1}$. D est donc représenté par le plan, privé

de l'hyperbole d'équation $y = \frac{-3x}{2x + 1}$. Pour la construction de cette hyperbole, voir la leçon 2: fonctions usuelles.

