

Leçon 07 – Correction des "Exercez-vous"

Exercez-vous 4 : Comparez l'élasticité de f et celle de af ($a \in \mathbf{R}^*$). Comparez l'élasticité de f et celle de f^2 . Généralisez à f^n ($n \in \mathbf{Q}^*$). Comparez l'élasticité de fg avec celle de f et celle de g . Comparez l'élasticité de f et celle de e^f .

Solution

$$\varepsilon_f = \frac{f'(x)}{f(x)} x, \varepsilon_{af} = \frac{a}{ax} x = 1 \quad \varepsilon_{f^2} = \frac{2f(x)f'(x)}{f^2(x)} x = 2\varepsilon_f, \varepsilon_{f^n} = \frac{nf^{n-1}(x)f'(x)}{f^n(x)} x = n\varepsilon_f.$$

$$\varepsilon_{fg} = \frac{f'(x)g(x) + f(x)g'(x)}{f(x)g(x)} x = \frac{f'(x)}{g(x)} x + \frac{g'(x)}{g(x)} x = \varepsilon_f + \varepsilon_g.$$

De façon analogue, on peut montrer que $\varepsilon_{f/g} = \varepsilon_f - \varepsilon_g$.

$$\varepsilon_{\exp f} = \frac{e^{f(x)}f'(x)}{e^{f(x)}} x = f(x)\varepsilon_f$$