

Leçon 06 – Correction des "exercez-vous"

Exercez-vous 3 : En utilisant $x \rightarrow \ln(1 + x)$ sur $[0 ; 1]$, trouvez un encadrement de $\ln 2$.

Solution

Si $f(x) = \ln(x + 1)$, f est définie et continue sur $[0 ; 1]$ et est dérivable sur $]0 ; 1[$. Le théorème des accroissements finis s'applique.

Or $f'(x) = \frac{1}{1+x}$ et si $x \in [0 ; 1]$, $f'(x) \in [\frac{1}{2} ; 1]$ d'où

$$\frac{1}{2} (1 - 0) \leq f(1) - f(0) \leq 1(1 - 0)$$

soit

$$\frac{1}{2} \leq \ln 2 \leq 1.$$