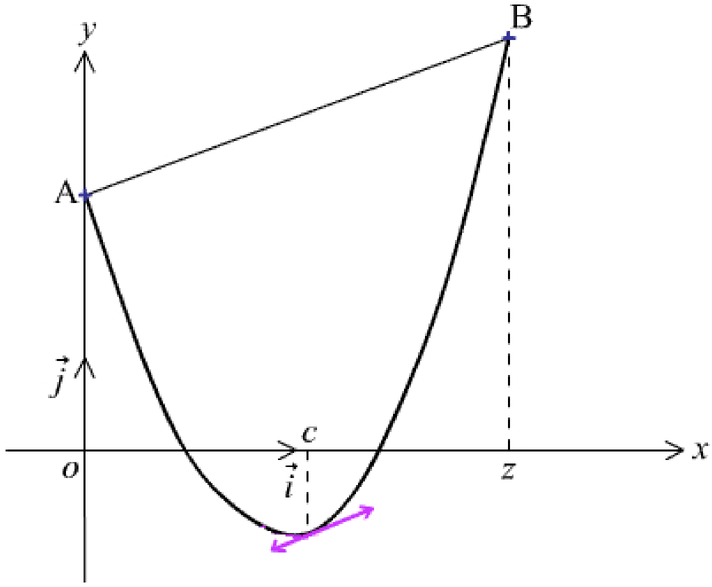
Leçon 06 – Correction des "exercez-vous"

Exercez-vous 2 1) Soit $x \to x^3 + 2x^2 - 7x + 3$. Peut-on appliquer le théorème des accroissements finis sur [0 ; 2] ? Si oui, trouvez c et faîtes un dessin.
2) Soit $x \to \ln(-x^2 + 2) + x + 1$. Peut-on appliquer le théorème des accroissements finis sur [-1 ; 1] ? Si oui, trouvez c et faîtes un dessin.

Solution

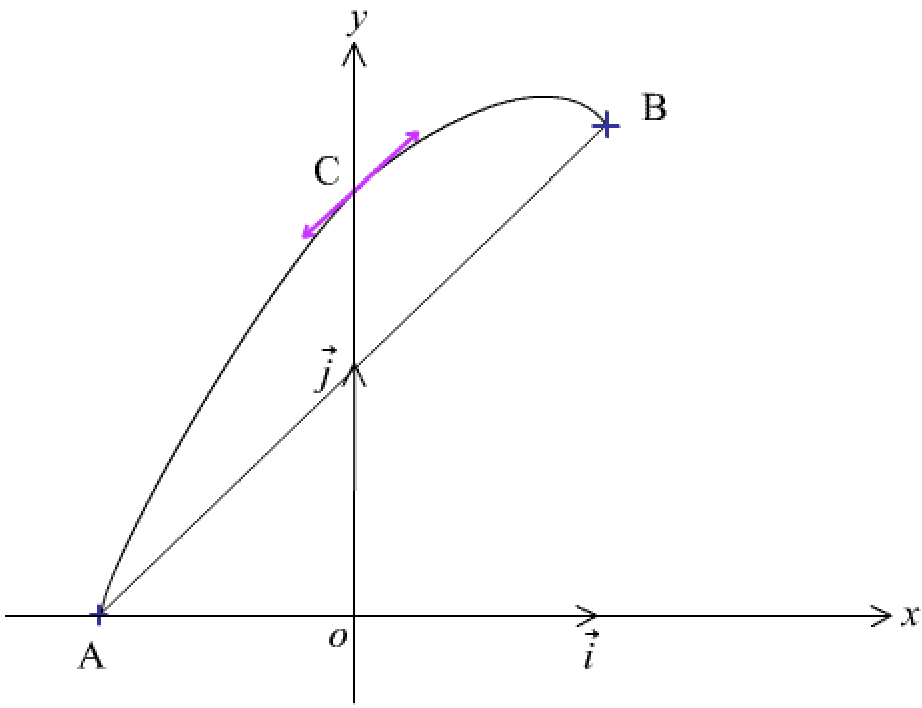
1) Soit $f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 3$, f est définie est continue sur [0 ; 2], f est dérivable sur]0 ; 2[, le théorème des accroissements finis s'applique et assure l'existence d'un réel $c \in]0 ; 2[$ tel que $f'(c) = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = 1$. Or $f'(x) = 3x^2 + 4x - 7$ et c vérifie

$3c^2 + 4c - 7 = 1$ et $c = \frac{-2 \pm \sqrt{28}}{3}$. Et puisque $c \in]0 ; 2[$, $c = \frac{-2 + \sqrt{28}}{3} \approx 1.097$



2) Si $x \in [-1 ; 1]$, $-x^2 + 2 \in [1 ; 2]$ et si $f(x) = \ln(-x^2 + 2) + x + 1$, f est définie et continue sur [-1 ; 1] et f est dérivable sur]-1 ; 1[. Le théorème des accroissements finis s'applique donc :
Il existe $c \in]-1 ; 1[$ tel que $f'(c) = \frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} = 1$. Or $f'(x) = \frac{-2x}{-x^2 + 2} + 1$, c vérifie donc

$\frac{-2c}{-c^2 + 2} + 1 = 1$, soit $c = 0$ ($0 \in]-1 ; 1[$).


y
B
C
j
A
o
i
x